ACTA SCIENTIAE

ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.8203

A Epistemologia de Kuhn e as suas Contribuições para a Compreensão do Processo de Construção do Conhecimento e do Ensino da Matemática

Nelson Joaquim Albano[a]
Marcos Alexandre Alves[a]

[a] Universidade Franciscana – Programa de pós-graduação em Ciências e Matemática, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

RESUMO

Contexto: O progresso científico não ocorre de maneira linear, mas por meio de revoluções que substituem paradigmas que não respondem mais às demandas da área do conhecimento, por outros que dão conta destas exigências e ampliam o horizonte de resolução de problemas. **Objetivo:** analisar como a epistemologia de Kuhn, pode ser aplicada para compreender as mudanças paradigmáticas ocorridas no processo de construção do conhecimento e do ensino da matemática. **Design:** trata-se de uma investigação de natureza bibliográfica, de caráter analítica e interpretativa. **Ambiente:** analisou-se como as mudanças paradigmáticas ocorreram na história da matemática e exemplificou-se essas transições, como a adoção do cálculo infinitesimal e o desenvolvimento da geometria não euclidiana. **Coleta de dados:** partiu-se de uma pesquisa bibliográfica, em que se descreveu de forma crítica os principiais temas e conceitos epistemológicos desenvolvidos por Kuhn e de seus respectivos comentadores. Além disto, sistematizou-se as implicações dessas mudanças para o ensino da matemática, com especial destaque para a urgência dos professores estarem abertos a novas abordagens teórico-metodológicas e ao emprego de novas tecnologias, como o uso de *softwares* educacionais, que podem proporcionar uma compreensão mais profunda, dinâmica e interativa dos conceitos e facilitar o ensino da matemática. **Resultados:** O uso das tecnológicas permite aos estudantes, explorar problemas, verificar visualmente os resultados, compreender os conceitos, promovendo um aprendizado mais significativo, inovador e crítico, e reimaginar o ensino da matemática e construir um futuro promissor para as próximas gerações. A resistência a mudanças de paradigmas no ensino da matemática, resulta do apego a métodos tradicionais e da falta de formação adequada. **Conclusões:** O enfrentamento destes desafios, em face da necessidade de preparar os alunos para um mundo em constante mudança, passa pela formação continuada dos professores, adaptação dos currículos, adoção de metodologias ativas e emprego de novas tecnologias.

Corresponding author: Nelson Joaquim Albano. Email: nelsonjalbano84@gmail.com

Palavras-chave: Revolução Científica; Mudanças de Paradigma; Crise Científica; Tecnologias; Ensino de Matemática; Aprendizado significativo.

Kuhn's Epistemology and its Contributions to the Understanding of the Process of Knowledge Construction and the Teaching of Mathematics

ABSTRACT

Context: Scientific progress does not occur linearly but through revolutions that replace paradigms that no longer meet the demands of a given field of knowledge with others that address these requirements and expand the problem-solving horizon. **Objective:** to analyze how Kuhn's epistemology can be applied to understand the paradigm shifts that have occurred in the process of knowledge construction and mathematics teaching. **Design:** this is a bibliographic investigation of an analytical and interpretative nature. **Scope:** the study analyzed how paradigm shifts occurred in the history of mathematics and illustrated these transitions with examples such as the adoption of infinitesimal calculus and the development of non-Euclidean geometry. **Data Collection:** the study was based on a bibliographic review, critically describing the main epistemological themes and concepts developed by Kuhn and his respective commentators. Additionally, it systematized the implications of these paradigm shifts for mathematics teaching, with particular emphasis on the urgency for teachers to remain open to new theoretical-methodological approaches and the use of emerging technologies, such as educational software, which can provide a deeper, more dynamic, and interactive understanding of concepts and facilitate mathematics teaching. **Results:** the use of technology enables students to explore problems, visually verify results, and understand concepts, fostering more meaningful, innovative, and critical learning. It also helps reimagine mathematics education and build a promising future for future generations. Resistance to paradigm shifts in mathematics teaching often stems from adherence to traditional methods and a lack of proper training. **Conclusions:** addressing these challenges, given the need to prepare students for a constantly changing world, requires continuous teacher training, curriculum adaptation, the adoption of active methodologies, and the use of new technologies.

Keywords: Scientific Revolution; Paradigm Shifts; Scientific Crisis; Technologies; Mathematics Teaching; Meaningful Learning.

INTRODUÇÃO

A abordagem do ensino da matemática inspirada pela teoria do paradigma de Thomas Kuhn (2013) sugere uma mudança significativa na forma como a matemática é ensinada e compreendida. Kuhn, em sua obra “A Estrutura das Revoluções Científicas”, introduziu o conceito de paradigmas e revoluções científicas, que pode ser aplicado para enriquecer a didática da matemática, promovendo uma compreensão mais ampla acerca desta disciplina.

Segundo Alves e Valente (2021), Kuhn argumenta que o processo científico não ocorre de maneira linear, mas por meio de revoluções periódicas que substituem antigos paradigmas por novos. No contexto do ensino da matemática, essa perspectiva pode transformar a maneira como os conceitos são apresentados aos alunos. Em vez de limitar a um método tradicional e fixo, os professores podem adotar uma abordagem mais flexível, reconhecendo que diferentes paradigmas matemáticos podem coexistir e se complementar.

Aplicar a teoria de Kuhn (2013), ao ensino da matemática implica encorajar os alunos a questionarem os fundamentos e as suposições subjacentes aos conceitos matemáticos. Isso pode levar a uma compreensão mais crítica e profunda da matéria, permitindo que os alunos percebam a matemática não apenas como um conjunto de regras fixas, mas como um componente curricular em constante evolução e de suma importância para a vida.

Em âmbito metodológico, optou-se por realizar uma pesquisa de caráter bibliográfica, em que se propõe a análise, interpretação e discussão crítica dos principiais temas e conceitos epistemológicos desenvolvidos por Kuhn, em sua obra "A Estrutura das Revoluções Científicas" e, consequentemente, de seus respectivos comentadores. Trata-se de abrir um processo reflexivo e argumentativo acerca da dinâmica científico, que nesta perspectiva, não ocorre de maneira linear, mas por meio de crises e revoluções periódicas, que substituem antigos paradigmas.

Nesse sentido, o artigo tem em vista lançar luz sobre como as ideias inovadoras de Kuhn (2013), especialmente seus conceitos de paradigma e revolução científica, que podem ser utilizadas para transformar radicalmente o ensino e a aprendizagem da matemática, ao invés de seguir um modelo tradicional e ultrapassado, propomos uma abordagem compensatória, inspirada na obra de Kuhn, que visa: desconstruir a falsa ideia de matemática como um conjunto de verdades absolutas e imutáveis; compreender a matemática como uma disciplina dinâmica e em constante evolução, moldada por diferentes paradigmas ao longo da história; empoderar os alunos para se tornarem agentes ativos na construção do conhecimento matemático, questionando, investigando e buscando soluções criativas dentro de diferentes perspectivas.

Nesse contexto, faz-se necessário postularmos algumas questões que nortearão e que serão respondidas no decorrer do presente texto: Como os conceitos de paradigma e revolução científica de Kuhn podem ser aplicados à evolução da matemática? Quais exemplos seriam de “mudanças de paradigma” na história da matemática? Quais são as principais implicações da teoria de Kuhn para o ensino da matemática? Como os professores podem usar essa perspectiva para tornar suas aulas mais dinâmicas e significativas? Por que muitas vezes há resistência a mudanças de paradigmas na educação matemática? Quais são os desafios para implementar novas abordagens? Portanto, este artigo convida o leitor a embarcar em uma jornada empolgante pela história da matemática e pelas ideias revolucionárias de Thomas Kuhn, com objetivo de reimaginar o ensino da matemática e construir um futuro promissor para as próximas gerações.

AS NOÇÕES DE PARADIGMA E REVOLUÇÃO CIENTÍFICA EM KUHN

Thomas Kuhn foi um físico, historiador e filósofo da ciência. Ele é conhecido por sua obra “A Estrutura das Revoluções Científicas”, publicada em 1962. Nesta obra, introduziu o conceito de paradigma científico, argumentando que a ciência não progride de forma linear e acumulativa, como muitas vezes se pensava, mas, sim, por meio de revoluções científicas. Propondo que as mudanças fundamentais na ciência ocorrem quando um paradigma estabelecido é substituído por um novo, em um processo não apenas de acúmulos de conhecimento, mas de transformação de pressuposto e métodos fundamentais (Kuhn, 2013).

Para Alves e Valente (2021), Kuhn embora focado na história e filosofia das ciências, apresenta conceitos e ideias com potencial extremamente relevantes para o ensino da matemática. Isto porque, propõe um modelo de como o conhecimento científico se desenvolve por meio de paradigmas, que é definido como um conjunto de compromissos de pesquisa compartilhados por uma comunidade científica, em um determinado momento, incluindo crenças, valores e técnicas. Ou seja, o paradigma é como peças do quebra-cabeça gigante, moldando como os cientistas interpretam o mundo e conduzem as suas pesquisas em um determinado período histórico (Kuhn, 2013).

Por exemplo, o paradigma newtoniano dominou a física clássica até ser substituído pelo paradigma da relatividade de Einstein, que trouxe uma nova forma de entender o espaço, o tempo e a gravidade. Isso ocorreu devido à influência da física newtoniana durante vários séculos, onde as leis de Newton descreviam o movimento dos objetos, a força da gravidade e o comportamento da luz de forma precisa e eficaz[1]. Esse paradigma proporcionou um modelo mental sólido para os cientistas e engenheiros, permitindo avanços incríveis em diversas áreas, como a astronomia, a mecânica e a construção civil.

No entanto, com o passar do tempo, algumas anomalias começaram a surgir. Fenômenos como o movimento de Mercúrio em sua órbita e o desvio da luz em campos gravitacionais fortes não se encaixavam perfeitamente nas previsões da física newtoniana. Essas anomalias começaram a gerar dúvidas e questionamentos entre os cientistas, abrindo o caminho para uma nova perspectiva com o surgimento do paradigma da relatividade de Albert Einstein (Kuhn, 2013).

Em 1905 e 1915, Einstein propôs a teoria da relatividade, que revolucionou a nossa compreensão do espaço, do tempo e da gravidade. Essa teoria explicava as anomalias que a física newtoniana não conseguia resolver e oferecia uma visão mais abrangente e precisa do universo. Com a aceitação da teoria da relatividade, representou uma mudança de paradigma na física. Onde a antiga física newtoniana, que dominou a ciência por tanto tempo, foi substituída por uma nova perspectiva, abrindo assim o caminho para a descoberta e avanços científicos ainda incríveis.

---

1 https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/8073043/mod_resource/content/3/Aluno%20-%20Contextos%20sobre%20a%20Meca%CC%82nica%20Newtoniana.pdf

Kuhn argumenta que a existência de um paradigma não precisa necessariamente implicar em um conjunto completo de regras explicitas. Ao invés disso, a ciência normal é guiada pelos exemplos concretos de resolução de problemas que o paradigma fornece. A inspeção direta desses paradigmas e exemplos paradigmáticos pode ajudar a determinar parcialmente a atividade da ciência normal por meio de revoluções científicas. Segundo Kuhn, a ciência normal trabalha a partir de pesquisas firmemente baseada em uma ou mais realizações científicas passadas, que são "reconhecidas durante algum tempo por alguma comunidade científica específica como proporcionando os fundamentos para sua prática posterior" (2013, p. 54).

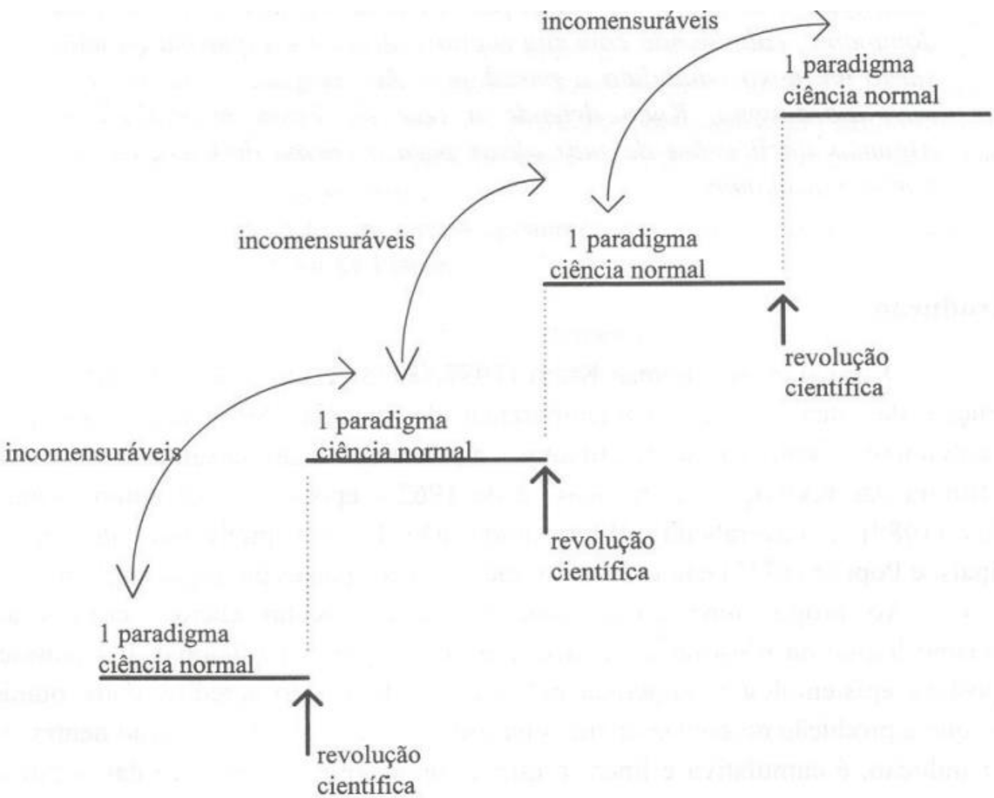
Este conceito reflete a ideia de que a ciência normal não está focada em questionar ou revolucionar os fundamentos estabelecidos, mas em resolver problemas e elaborar detalhes dentro do quadro teórico já aceito pela comunidade científica. Trata-se de um período de trabalho científico meticuloso e cumulativo que, eventualmente, pode levar à anomalias e, em última análise, à revolução científica ocorre quando um novo paradigma surge para substituí-lo. Portanto, a ciência normal pode ser parcialmente determinada através da inspeção direta dos paradigmas e esse processo é "auxiliado pela formulação de regras e suposições, mas não depende dela. Na verdade, a existência de um paradigma nem mesmo precisa implicar a existência de qualquer conjunto completo de regras" (Kuhn, 2013, p. 74).

A ciência normal é caracterizada por um período de estabilidade e acumulação de conhecimento no paradigma vigente. Somente quando esse paradigma entra em crise e não consegue mais resolver as anomalias é que surge uma revolução científica e a adoção de um novo paradigma.

Segundo Ostermann (1996), o modelo de ciência, proposto por Kuhn, oferece uma visão revolucionária do desenvolvimento científico, isto é, propõem uma dinâmica cíclica, marcada por um período de normalidade e rutura, ao invés de um progresso linear e cumulativo, conforme ilustra o diagrama da Figura 1.

Figura 1

Diagrama do desenvolvimento científico (Osterman, 1996).



Conforme a representação, cada degrau representa um paradigma, um conjunto compartilhado de pressupostos, teorias e métodos que orientam a pesquisa científica em um determinado período. As setas que ligam os degraus representam as revoluções científicas, momentos de ruptura radical em que um paradigma dominante é substituído por outro. O diagrama acima evidencia de maneira concisa e clara o modelo de desenvolvimento científico proposto pelo Kuhn (2013), e que cada etapa pode ser explicada da seguinte maneira: a) Paradigma (Ciência Normal): é o estágio inicial, onde um paradigma dominante governa a prática científica. Por exemplo, a mecânica newtoniana foi amplamente aceita até a teoria da relatividade de Einstein; b) Incomensuráveis: quando surgem problemas ou anomalias que o paradigma atual não consegue resolver, inicia-se um período de crise. Foi isso que aconteceu com a mecânica newtoniana, que não conseguia explicar completamente a processão do periélio de Mercúrio, levando à necessidade de uma nova teoria; c) Revolução Científica: com o acúmulo de anomalias e a emergência de uma nova teoria que resolve esse problema de forma mais eficaz, ocorre uma revolução científica. Isso resulta na substituição do paradigma antigo pelo novo, como aconteceu com a transição da mecânica newtoniana para a teoria da relatividade; d) Paradigma (Ciência Normal): o novo paradigma se estabelece como o novo padrão da ciência normal. A pesquisa subsequente é realizada dentro deste novo paradigma, resolvendo problemas e refinando teorias baseadas nos novos princípios, como ocorreu após a aceitação da teoria da relatividade de Einstein. Portanto, esse ciclo demonstra como ocorre o processo de desenvolvimento científico e pode se repetir conforme o surgimento de novos problemas que o paradigma atual não consegue resolver, conduzindo a uma nova crise, outra revolução científica e assim por diante.

A obra de Kuhn, na leitura de Bartelmebs (2012), permanece atual em termos de discussões epistemológicas e estruturais da constituição das ciências, descaracterizando o mito que se criou em torno das ciências e dos cientistas com o advento da era científica e tecnológica. Ele demonstra que, além de serem construções humanas, as ciências são também e, consequentemente, construções sociais e históricas, o que resulta em uma nova compreensão acerca dos processos científicos, e por que não dizer, de alfabetização científica. Nessa mesma perspectiva, ressalta a importância contínua da obra de Kuhn, que desmistifica a visão idealizada das ciências e dos cientistas, que demonstra que a ciência é uma construção humana, social e histórica, oferecendo uma nova perspectiva sobre os processos científicos e a alfabetização científica. Essa visão mais crítica e realista ajuda a entender a ciência como um campo dinâmico, influenciado por mudanças paradigmáticas, e não apenas pela acumulação de conhecimento.

Na perspectiva da ciência normal e dos paradigmas, Kuhn (2013) sustenta que a ciência avança não de forma linear, mas através de revoluções que modificam os paradigmas vigentes. Essa visão de Kuhn se aplica à matemática, onde os estudantes precisam aprender a resolver problemas em um paradigma ou ciência normal antes de estarem preparados para questionar e revolucionar esses paradigmas. Isso porque, a mudança conceitual, ou seja, a mudança na forma como os alunos entendem um conceito matemático, ocorre através de um processo similar às revoluções científicas. E isso pode auxiliar os professores a desenvolverem estratégias de ensino que facilitam a aprendizagem conceitual dos alunos.

Kuhn (2013) enfatiza a importância da história da ciência com finalidade de compreender seu desenvolvimento. Da mesma forma, a história da matemática é crucial para entender como os conceitos e métodos matemáticos evoluíram ao longo do tempo e como as resoluções matemáticas transformaram a disciplina. O conceito de incomensurabilidade de Kuhn, em teorias científicas rivais, que não podem ser comparadas diretamente, também se aplica à matemática. Ou seja, quando os alunos aprendem novas discussões matemáticas, eles precisam entender que esses podem ser rentáveis com o que aprenderam anteriormente, exigindo uma mudança de perspectiva. Nesse sentido, Kuhn (2013) destaca a importância da resolução de quebra-cabeça na ciência normal, cuja abordagem se alinha com métodos de ensino de matemática centrados na resolução de problemas, em que os alunos aprendem a aplicar conceitos e técnicas dentro de um paradigma estabelecido.

A resolução de problema constitui um marco de toda atividade matemática e uma via fundamental para o desenvolvimento do conhecimento matemático, constituindo-se como a "procura de um meio para atingir um determinado fim que não é imediatamente alcançável" (NCTM, 2007, p. 134). Isso enfatiza a importância central da resolução de problemas para o desenvolvimento e o aprimoramento do pensamento matemático. Logo, a resolução de problema é essencial para o avanço do conhecimento matemático, por envolver a busca de métodos e soluções para objetivos que não são facilmente alcançáveis.

O professor, ao apresentar situações-problema, possibilita aos alunos "mobilizarem seus conhecimentos para encontrar a solução e, também, as situações apresentadas podem estar ligadas a diferentes contextos" (Carvalho, 2018, p. 184). A utilização de situações-problema no ensino de matemática é importante para incentivar a aplicação prática dos conhecimentos dos estudantes, proporcionando uma aprendizagem contextualizada e significativa.

Utilizar metodologicamente no ensino problemas desafiadores, que estão relacionados a diversos contextos, como a economia, a saúde, o meio ambiente e a tecnologia, os alunos desenvolvem habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e integração de conhecimentos. Essa abordagem não apenas engaja e motiva os alunos, mas também demonstra a relevância da matemática em suas vidas cotidianas, preparando-os para enfrentar os desafios reais de maneira eficaz e inovadora.

No entanto, assim como as revoluções científicas desafiam e transformam os paradigmas existentes, confrontar os alunos com problemas complexos e contextualizados promove uma revolução em seu entendimento matemático, levando-os a reestruturar suas ideias e a desenvolver novas formas de resolver problemas. Esse processo não só engaja e motiva os alunos a prepararem-se para enfrentar os desafios do mundo real de forma eficaz e inovadora, demonstrando a relevância e a aplicabilidade da matemática em diversos contextos. Portanto, as ideias de Kuhn (2013), sobre a natureza da ciência e seu desenvolvimento histórico, fornecem informações importantes para compensar o ensino e a aprendizagem da matemática, enfatizando a importância da compreensão dos paradigmas, da história da matemática e da resolução de problemas.

A ciência normal ocorre dentro de um paradigma estabelecido, onde cientistas resolvem quebra-cabeças e expandem o conhecimento dentro desses limites predefinidos. Segundo Kuhn, quebra-cabeça indica, no sentido corriqueiro em que empregamos o termo, "aquela categoria particular de problemas que servem para testar nossa engenhosidade ou habilidade na resolução de problemas" (2013, p. 66).

Os quebra-cabeças, tanto na ciência normal quanto no ensino, desempenham um papel crucial no desenvolvimento de habilidades e no progresso do conhecimento. Eles desafiam os indivíduos a aplicar os seus conhecimentos de maneira engenhosa, promovendo um entendimento mais profundo e habilidades práticas de resolução de problemas. O professor, ao integrar a resolução de quebra-cabeça no ensino, está preparando os alunos para enfrentarem desafios futuros com a criatividade, refletindo o espírito investigativo e progressivo.

Tal processo ocorre, porque a ciência convencional é caracterizada pela solução de problemas dentro de um paradigma estabelecido. O cientista se dedica a resolver problemas que surgem a partir de teorias e métodos aceitos, buscando compreender e aplicar características sem modificar fundamentadamente as bases teóricas. Essa abordagem enfatiza a continuidade do conhecimento, onde a solução de enigmas é uma parte essencial do progresso científico.

Sendo assim, o quebra-cabeça tem uma grande relevância para o desenvolvimento de habilidades e para o entendimento mais profundo da ciência, uma vez que os cientistas requerem que os indivíduos apliquem o conhecimento de forma crítica e criativa. Isto é, mediante a resolução de problemas, os cientistas não apenas aplicam teorias, mas também aprofundam as suas compreensões dos conceitos subjacentes, resultando em um aprendizado mais significativo.

Na perspectiva de Kuhn (2013), a ciência normal é interrompida por revoluções científicas, que surgem de crises e anomalias no interior do paradigma dominante, levando à emergência de um novo paradigma. Essa transição envolve a reconstrução de problemas e técnicas científicas. Durante períodos de ciência normal, os cientistas trabalham dentro de um paradigma aceito, resolvendo problemas específicos (quebra-cabeça) que se encaixam nas regras e métodos estabelecidos. Portanto, o período de vigência da ciência normal é caracterizado pela estabilidade e pelo progresso incremental, onde a comunidade científica amplia e refina o conhecimento existente.

No entanto, nem todos os problemas podem ser resolvidos no paradigma vigente. Com o tempo surgem anomalias-observações ou problemas que não se encaixam nas teorias aceitas. Quando essas anomalias se acumulam e não podem mais ser ignoradas, uma crise se instala na comunidade científica, gerando a necessidade de uma revolução científica. Isto porque, a crise causada pelas anomalias pode conduzir à tomada de novas decisões, com relação aos rumos da pesquisa, e, portanto, podem gerar revolução científica, pois um período no paradigma dominante é questionado e eventualmente substituído por um novo.

Este paradigma não apenas oferece novas teorias, mas também redefine os problemas tecnológicos, onde a transição entre os paradigmas representa uma mudança profunda na forma como os cientistas entendem e investigam o mundo. Ora, no contexto educacional, esses conceitos de Kuhn (2013) podem ser extremamente valiosos. Ensinar sobre a natureza e dinâmica da ciência, incluindo períodos de estabilidade (ciência normal) e mudanças radicais (revoluções científicas), pode auxiliar os alunos a entenderem que o conhecimento científico está em constante evolução. Isso encoraja o pensamento crítico e a flexibilidade cognitiva, preparando os alunos para adaptar-se a novos paradigmas e avanços tecnológicos no futuro.

A CRISE DE CONFIANÇA NA CIÊNCIA NORMAL E A NECESSIDADE REVOLUÇÃO CIENTÍFICA

A década de 1960 foi marcada por uma crise de confiança na ciência e na autoridade científica. A Guerra Fria e a corrida armamentista entre os EUA e a União Soviética criaram uma atmosfera de desconfiança e desacordo sobre a ciência e sua aplicação. O cenário começou a mudar no final dos anos 1980, com o fim da Guerra Fria (Laudan, Donovan, *et al.*, 1993).

O desenvolvimento e o uso de armas nucleares durante a Segunda Guerra Mundial e a ameaça constante de um conflito nuclear, durante a Guerra Fria, geram um profundo ceticismo em relação à ciência. A capacidade da ciência de criar ferramentas de destruição em massa, colocou em questão a ideia de que o conhecimento científico sempre leva ao progresso. No entanto, a aplicação de agentes químicos e a escalada da violência no Vietnã revelaram que a ciência pode ser usada para fins políticos e militares, desafiando a noção de que os cientistas são neutros e imparciais (Andrade, 2019).

Além desse descrédito, quanto ao emprego da tecnologia produzida pela ciência, a década de 1960 foi marcada por uma série de problemas sociais complexos, como a pobreza, a discriminação racial e a desigualdade social. A incapacidade da ciência de oferecer soluções simples e rápidas para esse problema minou a confiança na capacidade de resolver os problemas da humanidade, gerando uma crise científica (Monteiro, 2020).

Portanto, a teoria de Kuhn (2013) sobre as revoluções científicas, oferece, na década de 1996, uma lente interessante para analisar a crise de confiança na ciência. A acumulação de anomalias, como os efeitos colaterais da tecnologia nuclear e os abusos da ciência durante a guerra, desafiou os paradigmas científicos dominantes e criaram um clima de incerteza e insatisfação.

Kuhn (2013), com a sua teoria, nos ajuda a entender três aspectos fundamentais sobre a ciência: a) a ciência não é um processo linear, isto porque a evolução da ciência é marcada por períodos de estabilidade (ciência normal) e de rupturas (resoluções científicas); b) a ciência é inflacionada por fatores sociais e históricos, como a crise de confiança na década de 1960 foi resultado não apenas de questões científicas, mas também de fatores sociais, políticos e culturais; c) a escolha de um paradigma não é neutra, ou seja, a adoção de um novo paradigma envolve uma série de fatores, incluindo a capacidade de um novo paradigma de explicar as anomalias, a influência social e política, e as crenças e valores dos cientistas.

Nesse sentido, resta nítido que a ciência evolui através de revoluções e que os paradigmas científicos são influenciados por fatores sociais e históricos. Logo, pode-se compreender melhor a complexidade da relação entre a ciência e a sociedade. Kuhn (2013), apresenta uma nova perspectiva sobre o progresso científico, desafiando a ideia tradicional de que a ciência avança de forma linear e cumulativa, uma vez que, a ciência evolui através de ciclos de estabilidade e ruptura, caracterizados por períodos de ciência normal, seguidos por crises e revoluções científicas. A crise, em particular, desempenha um papel central nesse processo, marcando o ponto em que um paradigma vigente se torna insustentável.

Durante a fase de ciência normal, os cientistas trabalham dentro de um paradigma, com finalidade de resolver problemas e refinar teorias. No entanto, gradativamente, surgem anomalias, fenômenos que o paradigma vigente não consegue resolver nem explicar. E, quando essas anomalias se acumulam e resistem às tentativas de resolução, a confiança no paradigma vigente é posta em causa, pois começa a vacilar, desencadeando uma crise sem precedentes. Esse período de crise evidencia e é caracterizado pela instabilidade e incerteza, onde a inadequação do paradigma vigente não consegue resolver problemas fundamentais.

Segundo Alves e Valente,

> […] uma crise pode terminar de três maneiras. A primeira possibilidade consiste na revelação de que o próprio paradigma posto em xeque seja capaz de resolver os motivos da crise. A segunda opção decorre da resistência do problema. A terceira opção acaba com o surgimento de um novo candidato a paradigma dominante e com o confronto entre ele e o vigente (2021, p. 48).

A presente análise concorda com a presente análise, pois ela capta a complexidade e a dinâmica inerentes ao progresso científico, a saber: a) a primeira possibilidade, destaca que o paradigma existente resolve os problemas que causam a crise, e evidencia a resiliência e a adaptabilidade dos paradigmas científicos. Muitas vezes, um exame profundo e rigoroso dentro do contexto do paradigma atual pode encontrar soluções inovadoras que reafirmam a sua validade e utilidade; b) a segunda possibilidade, demarca a persistência do problema, e serve como um indicativo das limitações do paradigma atual. A persistência do problema pode ser crucial, pois expõe as fraquezas e aponta para a necessidade de uma nova abordagem ou de uma modificação significativa no paradigma estabelecido. Este reconhecimento das limitações é fundamental para o avanço do conhecimento científico; c) a terceira e mais transformadora possibilidade é o surgimento de um novo paradigma que desafia e substitui eventualmente o existente. Este processo de confronto e eventual substituição do paradigma é o cerne das resoluções científicas descritas por Kuhn. Enfim, a emergência de um novo paradigma que aborda os problemas de forma mais eficaz e abrangente representa um avanço significativo e uma evolução no campo do conhecimento.

Essas três possibilidades são essenciais para compreender a natureza dinâmica e evolutiva da ciência e evidenciam que a crise pode ser resolvida pela resolução interna dentro do próprio paradigma atual, pela persistência dos problemas ou pela emergência de um novo paradigma. Ou seja, essas possibilidades demostram que o progresso científico é um processo contínuo de adaptação, questionamento e transformação, em que cada crise representa uma oportunidade para aprofundar e expandir nosso entendimento do mundo.

A crise científica, conforme descrita por Kuhn (2013), é o momento de grande tensão intelectual, pois nessa fase os cientistas se tornam mais abertos às novas ideias. A saber, a crise prepara o terreno para uma resolução científica e a emergência e proposição de um novo paradigma, desafiando e substituindo eventualmente o paradigma vigente. Esse novo paradigma não apenas resolve as anomalias que causaram a crise, mas também reconfigura o modo como os cientistas investigam e entendem o mundo.

Portanto, para Kuhn (2013), a crise é o elemento fundamental do ciclo do progresso científico. Ela não representa um fracasso da ciência, mas sim um motor essencial para a inovação e avanço da ciência. A crise provoca a ruptura e queda de paradigmas obsoletos, abre caminho para novas teorias, e impulsiona a ciência para conquistar novos padrões de compreensão e de descoberta. Logo, compreender a estrutura e dinâmica do processo científico e aplicá-la ao ensino da matemática, podemos criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, desafiador e significativo, onde os alunos são incentivados a pensar criticamente, a questionar e a construir seu próprio conhecimento.

REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A proposta epistemológica de Kuhn (2013) pode ser útil para compreender o ensino de matemática. A ciência normal na matemática, segundo a perspectiva de Kuhn, seria o processo de resolução de problemas dentro de um paradigma estabelecido. Isso significa ensinar os alunos a aplicarem os conceitos matemáticos existentes para resolver problemas padronizados.

Por conseguinte, como Kuhn argumenta, a ciência normal não é estática. Anomalias, ou seja, problemas que não podem ser resolvidos dentro do paradigma atual, levam a crises e, eventualmente, a revoluções científicas. No ensino da matemática, as anomalias poderiam ser representadas por problemas não convencionais que desafiam os métodos tradicionais de ensino e de resolução.

A matemática, com suas raízes nos primórdios da humanidade, se consolidou a partir de demandas e necessidades, entrelaçando conhecimentos de diversas áreas. O seu objetivo é preparar as pessoas para lidar com problemas da vida cotidiana, formando mentes capazes de pensar de forma crítica e lógica. Apesar da matemática ser uma disciplina com leis e características próprias, sua aplicabilidade transcende fronteiras, alcançando diversos campos do conhecimento. Os conceitos fundamentais, como geometria, cálculo e aritmética, foram cuidadosamente elaborados por filósofos e cientistas ao longo do tempo, sendo fundamentais para a resolução de problemas, desde os mais simples até os mais complexos.

O avanço nos estudos envolvendo história da ciência proporcionou uma melhor compreensão do processo de evolução do conhecimento científico e matemático. A partir da década de 1960, a história da ciência começou a se desenvolver significativamente, e permitiu uma discussão mais sofisticada e densa sobre a identidade da matemática. O conhecimento matemático foi frequentemente tomado como um conjunto de verdades absolutas e imutáveis, escondendo em si uma história rica em rupturas, transformações e revoluções. Segundo Roque (2012), o decorrer dos últimos séculos, presenciou-se momentos de profunda mudança, em que antigos conceitos e métodos foram questionados e substituídos por novas perspectivas teóricas e abordagens metodologias que influenciaram a pesquisa e o ensino da matemática.

Kuhn (2013), em 1962, propôs uma visão revolucionária sobre a natureza da ciência, desafiando a ideia de um progresso linear e cumulativo. Isto é, argumenta que a ciência progride por meio de rupturas paradigmáticas, momentos de profunda transformação nos quais os fundamentos de um campo de estudo são questionados e redefinidos. Kuhn teve uma grande influência na história da ciência, que foi significativa, levando a um reexame das narrativas tradicionais e a uma abordagem mais dinâmica e situada para a compreensão do desenvolvimento científico. Contudo, isso também aumentou o interesse em investigar períodos históricos ignorados, que tiveram um grande impacto no desenvolvimento da ciência, em particular, do conhecimento e ensino da matemática.

DESENVOLVIMENTO E UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA.

O desenvolvimento e a utilização do *software* GeoGebra[2], ilustra um exemplo da aplicação das noções de paradigma e de revolução científica, propostas por Kuhn na área da matemática. O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica livre, que permite "construção de diversos objetos geométricos, como pontos, vectores, segmentos, retas, secções cónicas, gráficos representativos de funções e curvas parametrizadas; os quais podem ser modificados dinamicamente" (Friske et al, 2016, p. 5). Este *software* educativo oferece um conjunto de comandos relacionados com análise matemática, álgebra, álgebra linear, geometria analítica, na estatística, etc.

Para Estevam e Goldoni, o GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um "*software* de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único GUI[3]" (2014, p. 13). Nessa mesma perspectiva, segundo Van-Dúnem, define GeoGebra como um "*software* de matemática dinâmica para utilizar em ambiente de sala de aula, que reúne geometria, álgebra e cálculo" (2016, p. 19).

Na compreensão de Costa e Santos, o GeoGebra apresenta-se com uma plataforma que oferece inúmeras possibilidades e recursos, desde os "tradicionais de um *software* de Geometria Dinâmica (pontos, retas, segmentos de reta, semirretas, etc.), como também é possível

---

[2] GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers

[3] Graphical User Interface (Interface Gráfica do Utilizador).

inserir, de forma direta, equações e coordenadas” (2016, p. 34). Nesse sentido, Silva e Fernandes, também afirmam que o GeoGebra possibilita a “criação de materiais que funcionam de forma mais fácil e rápida do que outros softwares, por permitir construções interativa que facilitam o ensino de certos conceitos de cálculo com a visualização dinâmica” (2017, p. 68).

Os conceitos apresentados pelos autores convergem de maneira significativa ao descrever o GeoGebra como uma ferramenta essencial para o ensino da matemática. Em consonância com essas definições, observa-se que o GeoGebra é um *software* gratuito, multiplataforma e acessível, projetado para facilitar a construção e manipulação interativa de objetos matemáticos.

No entanto, os autores destacam a capacidade do GeoGebra de permitir a construção e modificação de diversos objetos geométricos, como pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas. Essa característica dinâmica é fundamental para o aprendizado, permitindo que os alunos explorem e visualizem conceitos matemáticos em tempo real, promovendo uma compreensão mais profunda e intuitiva.

O *software* GeoGebra oferece uma combinação robusta de funcionalidades que atendem às necessidades de diversos ramos da matemática. Sua capacidade de integrar geometria, álgebra, cálculo e estatística em uma única plataforma dinâmica torna-o uma ferramenta inestimável para educadores e estudantes. A interatividade e a capacidade de modificações dinâmicas promovem um aprendizado mais envolvente, enquanto a acessibilidade e a interface intuitiva garantem que o software seja amplamente adotado em diversos contextos educacionais.

Portanto, os autores lidos e referendados convergem na avaliação e na compreensão de que o GeoGebra é uma solução eficaz e versátil para o ensino de matemática, destacando sua relevância e impacto positivo na educação moderna. Esse consenso reflete a importância do GeoGebra como uma ferramenta que não apenas facilita a compreensão de conceitos matemáticos, mas também enriquece a experiência de aprendizagem, promovendo uma abordagem mais interativa e integrada no ensino da matemática.

Segundo João (2021) a ideia do uso do aplicativo GeoGebra na sala de aula de matemática vem ganhando cada vez mais espaço e vigor, vários são os estudos que comprovam esta realidade, consolidando assim a sua importância e a necessidade da sua inclusão nas atividades didático-pedagógicas diárias do professor e do aluno dentro e fora do ensino de matemática.

Para Santos (2019), o projeto teve início com o aplicativo para desktop, atualmente o GeoGebra passou para os aparelhos mobilarem com versões na Apple store, Google Play, Windows Store Apple. O aplicativo contínuo em processo de aprimoramento para apresentar o melhor em questão de Software sobre matemática dinâmica e serviços para estudantes e professores de todo o mundo.

Segundo Wolff e Silva (2013), o *software* GeoGebra foi criado e desenvolvida pelo professor Markus Hohenwarter e a sua equipe, para ser utilizado em ambiente de sala de aula em todos os níveis de ensino. A primeira versão foi lançada em 2001, a partir de um projeto para a sua dissertação de mestrado. Graças a inúmeras pesquisas feitas, o professor Hohenwarter alcançou premiações e alguns apoios financeiros de academias e instituições de ciências internacionais. Inclusive ganhou o prémio de Software educacional alemão. Com o grande impacto positivo, em nível mundial na área de educação, o criador do software apresentou o mesmo projeto na sua tese de doutorado na Universidade de Salzburgo, na Áustria.

Antes do *software* GeoGebra, o ensino e a aprendizagem da matemática eram dominados por métodos tradicionais, como a resolução de problema em papel, o uso de quadros negros, e ensino expositivo, lápis e régua. Os softwares que existiam necessitavam de licença paga e neste sentido limitava seu uso e acesso, o *software* GeoGebra é de uso livre o que muda a questão do acesso e da limitação do uso. Na perspectiva de Kuhn (2013), pode-se dizer que esse paradigma tradicional de ensino e de aprendizagem, representa a ciência normal, onde os professores seguem práticas estabelecidas para ensinar matemática. Porém, o paradigma dominante tinha limitações, como a dificuldade em visualizar conceitos abstratos, a falta de intransitividade e a dificuldade em adaptar o ensino às necessidades individuais dos alunos.

À medida que os conceitos matemáticos se tornaram mais complexos, especialmente em níveis avançados como cálculo e geometria, os alunos enfrentam dificuldades em visualizá-los e compreendê-los plenamente, bem como a falta de interatividade e personalização no ensino tradicional resulta em uma crise de engajamento, com muitos alunos perdendo o interesse pela matemática.

Pode-se dizer que o professor Markus Hohenwarter, ao desenvolver o *software* GeoGebra, de uso livre, introduziu no ensino de matemática um novo paradigma, oferecendo um ambiente digital interativo no qual os alunos podem independente de pagamento: a) visualizar conceitos matemáticos abstratos: criar representações gráficas dinâmicas de funções, geométrica e outros tópicos da matemática; b) manipular objetos matemáticos: explorar relações e propriedades matemáticas de forma intuitiva, arrastando e modificando objetos na tela; c) descobrir padrões e conexões: construir conhecimentos matemáticos a partir da experimentação e da investigação autônoma.

O *software* GeoGebra mudou o foco do ensino da matemática, passando da memorização de regras e fórmulas para um aprendizado mais ativo, construtivo e investigativo com acesso a todos os estudantes e professores. Enquanto novo paradigma, o *software* GeoGebra: a) proporciona e incentiva os alunos a desenvolverem uma compreensão conceitual mais sólida e significativa da matemática, indo além da simples memorização; b) desperta a criatividade e a curiosidade permitido que os alunos explorem diferentes representações e relações matemáticas de forma livre e crítica; c) facilita a colaboração e o trabalho em equipe criando um ambiente propiciou para a colaboração entre os alunos, onde eles podem compartilhar ideias e solucionar problema juntos.

A mudança de paradigma para o ensino da Geometria no ensino da matemática, ocorreu com os *softwares* de Geometria Dinâmica. Um exemplo é o GeoGebra, que atualmente engloba mais do que Geometria. Entende-se que esta mudança melhora a visualização e o engajamento dos estudantes e, também, possibilita que sejam participantes ativos na construção do seu próprio conhecimento matemático. O desenvolvimento e a aplicação do GeoGebra, viabiliza a compreensão teórico-prática de como a teoria de Kuhn, sobre as noções de paradigmas e revoluções científicas se aplicam não só ao progresso científico, mas também ao progresso no ensino, ou seja, também em âmbito educacional e tecnológico.

Um exemplo do uso do GeoGebra, enquanto aplicação teórico-prática da teoria de Kuhn (2013), é o teorema de Pitágoras no ensino da matemática com ferramentas tradicionais e tecnológicas. O teorema de Pitágoras é um conceito fundamental da geometria e tem aplicações práticas em várias áreas, como na Arquitetura, na Física, etc.

Suponhamos que um eletricista precisa trocar uma lâmpada em um poste e, para isso, encostar uma escada de 6 metros de comprimento na estrutura. A base da escada está posicionada a 2 metros de distância da base do poste. A que altura a escada encosta no poste? (Considere que o poste e o chão formam um ângulo de 90° entre si e utilize o Teorema de Pitágoras para resolver o problema).

Para resolver esse problema, utiliza-se o teorema de Pitágoras, que afirma que em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

A resolução do mesmo problema com a utilização do *software* GeoGebra, possibilita a visualização e verificação deste problema.

Passos para a resolução do problema:

Tendo um triângulo retângulo formado pela parede, pelo chão e pela escada. A escada representa a hipotenusa (6 metros), a distância da parede até a base da escada é um cateto (2 metros) e a altura que queremos encontrar é o outro cateto.

a) Abra o GeoGebra[4]: acesse o site do GeoGebra ou abra o aplicativo em seu computador.

[4] https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR

b) Crie os pontos:

- Clicar no ícone “Novo Ponto” (o símbolo de um ponto).
- Clicar em três pontos diferentes na área de trabalho para criar os pontos A, B e C. O ponto A será a base da parede, B a base da escada e C o ponto onde a escada toca a parede.

c) Crie os segmentos:

- Clicar no ícone “Segmento” (um segmento de reta).
- Unir os pontos A e B para representar o chão.
- Unir os pontos B e C para representar a escada.
- Unir os pontos A e C para representar a parede.

d) Definir as medidas:

- Clicar com o botão direito em AB e selecione "Propriedades".
- Na janela de propriedades, altere o comprimento para 6.
- Clicar com o botão direito em BC (a escada) e altere o comprimento para 5.

e) Calcular a altura:

- Clique no ícone "Distância ou Comprimento" (uma régua).
- Clique nos pontos A e C. O GeoGebra calculará automaticamente a distância entre os dois pontos, que é a altura que você procura.

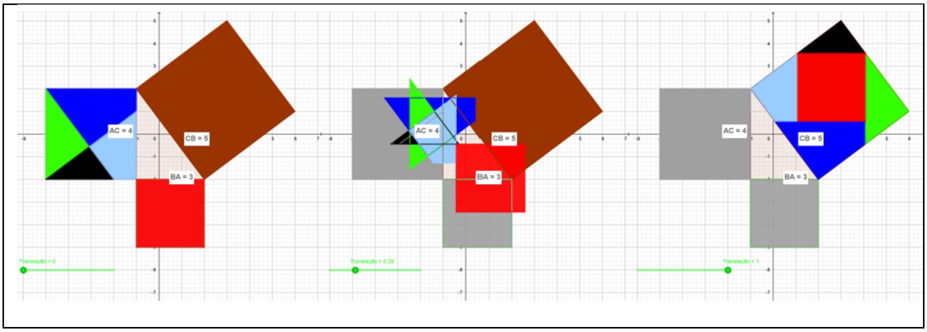
Utilizando o GeoGebra, os alunos podem construir triângulos retângulos e verificar a relação $c^2 = a^2 + b^2$. Eles podem manipular os comprimentos dos catetos e da hipotenusa e observar como a equação se mantém verdadeira. O GeoGebra mostra um triângulo retângulo com as medidas corretas, e pode-se visualizar a altura calculada. Portanto, com o GeoGebra, pode-se explorar diferentes cenários e visualizar os resultados de forma clara e intuitiva.

O método da resolução tradicional do problema, por meio do teorema de Pitágoras, baseado em cálculos manuais e procedimentos algorítmicos, segundo Kuhn (2013) reflete a ciência normal, onde os cientistas (professores e alunos) trabalham dentro de um paradigma estabelecido, utilizando técnicas e metodologia amplamente aceitas pela comunidade cientifica ou de ensino de matemática.

Com a construção de um objeto de aprendizagem no GeoGebra é possível que o estudante construa e visualize, em diferentes tamanhos de triângulos retângulos, visualizando e calculando o teorema de Pitágoras, como se observa na Figura 3.

Figura 3

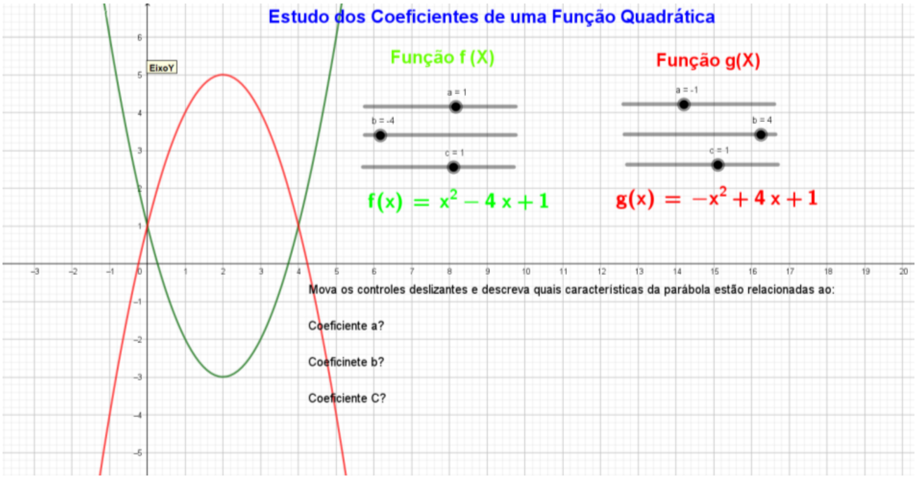
Teorema de Pitágoras construído no software GeoGebra



Conforme Kuhn (2013), um novo paradigma, para ser aceito pela comunidade científica ou de ensino, deve ser capaz de responde as demandas antigas da ciência, ou, de acordo com o caso em questão, relacionadas ao ensino de matemática, e dar um passo adiante (solucionar novos problemas). Nesse caso, os alunos além de resolverem problemas persistentes, também podem usar o GeoGebra para solucionar questões emergentes, tais como: plotar gráficos de funções lineares e quadráticas, explorando como os coeficientes afetam a inclinação e a forma das curvas. Eles podem resolver as equações quadráticas visualmente, identificando raízes através da interseção com o eixo x.

Figura 2

Estudo dos Coeficientes de uma Função Quadrática.



Utilizar o software GeoGebra representa a adoção de um novo paradigma para a resolução de problemas, onde ferramentas tecnológicas permitam uma visualização e compreensão mais dinâmica e interativa dos conceitos matemáticos. Essa transição pode ser vista como uma revolução científica no contexto educacional, onde novas ferramentas e métodos são adotados para superar as limitações do paradigma anterior.

O uso das ferramentas tecnológicas como o software GeoGebra empodera os alunos, permitindo-lhes explorar problemas matemáticos de maneira que não eram possíveis no antigo paradigma. Eles podem verificar visualmente os resultados e compreender melhor os conceitos através de interação com a ferramenta, promovendo em ensino e, por consequência, um aprendizado mais profundo e significativo.

Relacionar as ideias de Kuhn (2013) ao ensino da matemática proporciona uma abordagem inovadora no processo de construção do conhecimento, sobretudo no que se refere à utilização das novas tecnologias, tais como o software GeoGebra para transformar a aprendizagem. Essa abordagem não só enriquece a experiência educacional dos alunos, mas também reflete a natureza dinâmica e a evolução da própria matemática. Assim, ao integrar e utilizar novas tecnologias, promove-se uma revolução científica no ensino de matemática, alinhada com a teoria de kuhniana.

Este modelo epistemológico preconizado por Kuhn (2013) desafia a visão tradicional de progresso linear na ciência, destacando a importância das revoluções científicas e da mudança de paradigmas na evolução do conhecimento científico. Visto que enfatiza que o desenvolvimento e estruturação do conhecimento científico e matemático não é apenas acumulativo, mas sim pontuado por rupturas fundamentais que alteram radicalmente a compreensão da natureza do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria de Kuhn (2013), com seus conceitos de paradigma e revolução científica, oferece uma perspectiva valiosa para entender a evolução do conhecimento da matemática e para enriquecer o ensino dessa disciplina. Aplicar esses conceitos à história da matemática revela como novas teorias emergem e substituem as antigas, marcando mudanças de paradigmas, como a transição do sistema geocêntrico para o heliocêntrico e a introdução do cálculo infinitesimal.

As implicações para o ensino da matemática são profundas. Professores podem usar a epistemologia de Kuhn para tornar suas aulas mais dinâmicas e significativas, isso é, adotar novas metodologias que melhorem a experiência de aprendizagem. Inovações como o GeoGebra, uma ferramenta de visualização dinâmica de conceitos matemáticos, exemplificam o tipo de tecnologia que pode promover maior interatividade e significado nos ambientes de sala de aula. Essa prática pedagógica, por sua vez, incentivará os alunos a questionarem e explorar diferentes abordagens e teorias, que por sua vez, não apenas enriquece o aprendizado, mas também promove o pensamento crítico e a capacidade de inovação no ensino de matemática.

A resistência a mudanças de paradigmas na educação matemática muitas vezes resulta do apego a métodos tradicionais e da falta de formação adequada. Implementar novas abordagens apresenta desafios, incluindo a necessidade de formação contínua para os professores, a adaptação dos currículos e a superação da resistência institucional. No entanto, ao enfrentar esses desafios, a educação matemática pode se tornar mais relevante, engajadora e eficaz para preparar os alunos para um mundo em constante mudança.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECIMAT pelas contribuições neste estudo, e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos concedida a Nelson Joaquim Albano.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

N.J.A. e M.A.A. em conjunto, desenvolveram a pesquisa, organizaram a parte teórica, o desenho metodológico, realizaram a análise dos dados, discutiram os resultados e e sistematizaram a versão final do artigo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DOS DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo encontram-se sob a responsabilidade de T.F.L. e M.A.A. podem ser disponibilizados mediante solicitação razoável de demais, por meio da assinatura de um termo de responsabilidade.

REFERÊNCIAS

Alves, M. A. & Tatsch, K. J. S.(2017). Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)*, v. 8, p. 78-93. https://doi.org/10.26843/rencima.v8i3.1258

Alves, M. A. & Valente, A. R. (2021). A estrutura das revoluções científicas. *In: O estatuto científico da ciência cognitiva em sua fase inicial:* uma análise a partir da Estrutura das revoluções científicas de Thomas Kuhn [online]. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2021, pp. 25-52

Ausani, P. C. & Alves, M. A. (2020) Gamificação e ensino: o jogo dialógico como estratégia didática ativa e inovadora. *Research,* *Society and Development*, v. 9, p. e139962736-e139962756. https://doi.org/10.33448/rsd-v9i6.2736

Andrade, R. d. (2019). Resistência à ciência: Crise de confiança suscita debate mundial sobre como enfrentar ataques ao conhecimento científico. *https://revistapesquisa.fapesp.br/resistencia-a-ciencia/*

Bartelmebs, R. C. (2012). Resenhando as Estruturas das Revoluções Científicas de Thomas Kuhn. *Ensaio***,** *14*, 351-358.

Carvalho, M. (2018). Literatura e Resolução de Problemas Matemáticos no Curso de Pedagogia. In: R. F. Carneiro, A. C. Souza, & L. F. Bertini, *A Matemática nos anos Iniciaias do Ensino Fundamental: Práticas de Sala de Aulas e de Formação de Professores* (p. 180-187).

Costa, A. P., & Santos, M. C. (2016). Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, v.5 n.2*, 3-17.

Estevam, M. I., & Goldoni, E. J. (2014). *O geogebra e a Matemática da educação básica.* Curitiba: íthala.

Friske et al., A. l. (2016). *Minicurso de GeoGebra*. Santa Maria: UFSM.

João, K. S. (2021). Formação de formadores em GeoGebra, uma oportunidade de formação contínua dos professores de Matemática do ensino secundário angolano: Estudo de caso na fase da familiarização do aplicativo. *SENSOS-e*, 50.

Kuhn, t. s. (2013). *A Estrutura das Revoluções Cientificas* (12ª ed.). (B. V. Boeira, & N. Boeira, Trads.) São Paulo: Editora Perspectiva.

Laudan, L., Donovan, A., Laudan, R., Barker, P., Brown, H., Leplin, J., Wykstra, S. (1993). *Mudança científica: modelos filosóficos e pesquisa histórica.*

Monteiro, R. (2020). É verdade que estamos vivendo uma Crise da Verdade? *Revista Brasileira de História da Ciência, 13*(2), 308-319.

Moro, L. & Alves, M. A. (2021). Pesquisa e reflexão sobre a formação e a prática docente: uma percepção dos egressos do PIBID/Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)*, v. 12, p. 1-22. https://doi.org/10.26843/rencima.v12n4a17

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.*

Ostermann, F. (1996). A Epistemologia de Kuhn. *Cad.Cat.Ens.Fis,* v.13,n.3, 184-196.

Roque, T. (2012). *História da matemática. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro. Zahar.

Santos, E. B. (2019). *Cálculo Diferencial e Integral: Uma abordagem prática mediante o uso do Software Geogebra.* Recife.

Silva, N. M., & Fernandes, D. M. (2017). O GeoGebra na aprendizagem das isometrias do plano com alunos do 6º ano. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo,9657, v.6 n.2,* pp 65-80.

Van-Dúnem, I. A. (2016). *A matemática e as tic no processo de ensino e aprendizagem. o geogebra no ensino de funções e gráficos de uma função* (Dissertação do Mestrado). Lisboa.

Wolff, M. E. & Silva, D. P. (2013). O software geogebra no ensino da matemática. *os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE,* 15.

Saito, F. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas (resenha crítica). *Revista Brasileira de História da Matemática*, São Paulo, v. 13, n. 26, p. 85–94, 2020. doi: 10.47976/rbhm2013v13n2685-94