Características do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio com equações do 1º grau

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Ednei Luis Becher

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados da implementação de uma experiência com alunos do Ensino Médio de uma escola pública do estado do Rio Grande do Sul, com a utilização do sistema SCOMAX (Student Concept Map Explore), com o conteúdo de equações do 1º grau. O SCOMAX é um sistema inteligente desenvolvido, em convênio, pelo grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL), na Espanha e o grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) em Canoas, que visa identificar os conhecimentos dos alunos, em qualquer área do conhecimento. O objetivo desse trabalho foi investigar as características do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio, desenvolvido pelos estudantes participantes da investigação durante o Ensino Fundamental, em equações do 1º grau.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Educação Matemática. Álgebra. Equação do 1º Grau.

Characteristics of High School student's algebric thinking about first degree equations

ABSTRACT

This paper presents the results of an investigation with High School students from a public school from Rio Grande do Sul, Brazil, using SCOMAX (Student Concept Map Explore) system, with first degree equation. The SCOMAX is an intelligent system developed by La Laguna University and Brazilian Lutheran University that aim identify the students knowledge about some topic. The aim of this work was to investigate algebraic thinking characteristics of High School students, developed during their Elementary School about first degree equation content.

Keywords: Algebraic thinking. Math Education. Algebra. First degree equation.

INTRODUÇÃO

O desempenho dos estudantes brasileiros na disciplina de Matemática, segundo testes de avaliação como PISA (*Programme for International Student Assessment*),

Claudia Lisete Oliveira Groenwald é professora Doutora do curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) Canoas/RS. Endereço para correspondência: Av. Farroupilha, 8001 – Sala 218 – Prédio 14 – São José – Canoas/RS, CEP 92450-900. E-mail: claudiag@ulbra.br
Ednei Luis Becher é professor do Instituto Federal Catarinense – Campus Concórdia. Endereço para Correspondência: Rua Mario Capelani dos Santos, 459 – Osório/RS, CEP 95520-000. E-mail: edneibecher@gmail.com

SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) não tem sido satisfatório, o que suscita preocupação por parte dos professores e das autoridades educacionais.

Essas preocupações são justificadas pelas exigências do mundo moderno, onde o avanço na tecnologia e as rápidas mudanças impedem, segundo Groenwald e Timm (2000), que se faça uma previsão exata de que conhecimentos e habilidades são necessários para o futuro dos estudantes. Logo, a escola e os professores devem refletir sobre a necessidade de um planejamento curricular em Matemática que esteja em sintonia com o progresso científico e tecnológico da sociedade atual (GROENWALD; NUNES, 2007). Para isso há necessidade de estruturar o currículo de Matemática, em que o eixo central não seja a repetição de exercícios, mas o "aprender a interpretar problemas, desenvolver sistemas de ações, comparar ideias, métodos e soluções, saber comunicar ideias através da Matemática e concluir processos de forma clara, rigorosa e precisa, entre outras estratégias" (AZCÁRATE, 1997, p.82).

Nesse contexto é importante conhecer o quanto à escola está influenciando no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Essa investigação buscou identificar as características do pensamento algébrico, com alunos concluintes do Ensino Fundamental, no conteúdo de equações do 1º grau, identificando os conceitos em que apresentam dificuldades e os erros cometidos.

Este artigo é ampliação do apresentado pelos mesmos autores no *topic study group* 11 (TSG 11), do *International Congress on Mathematical Education* (ICME 11), que ocorreu em 2009, no México.

PENSAMENTO ALGÉBRICO

A Álgebra, atualmente, pode ser caracterizada por ter seu foco no estudo de relações matemáticas abstratas, no uso de fórmulas, na resolução de equações e inequações, incluindo, ainda, o estudo dos conjuntos numéricos e não numéricos, nos quais as operações são definidas de modo abstrato.

A álgebra faz parte do processo de Educação Matemática vivenciado pelos estudantes desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, embora, nos primeiros anos de escolarização não seja de modo formalizado. Já nos primeiros anos do Ensino Fundamental, quando o aluno aprende a calcular o valor desconhecido, em problemas de Matemática, mesmo sem atribuir a esse um valor ou símbolo que o represente, já está sendo introduzido o pensamento algébrico. A partir da 5ª série inicia-se, na escola, o ensino da álgebra formal, caracterizado pela representação dos valores desconhecidos, por símbolos e o uso de fórmulas, na 6ª série introduz-se as equações do 1º grau e sua resolução.

Essa escrita genérica e abstrata passa a ser o tema principal das aulas de Matemática, a partir da 7ª série, em que a idade média dos alunos é de 13 anos. Desse momento em diante desenvolvem-se cinco aspectos da linguagem algébrica com relação ao uso de símbolos: incógnitas, fórmulas, generalização de padrões, variável, relações; e mesmo assuntos que não sejam necessariamente algébricos, passam a ter um tratamento algébrico.

Para Krieger (2006) deve-se observar que existe um “pensar” algébrico e uma “escrita” algébrica. Dessa forma, há o pensamento algébrico que compreende os conceitos e estratégias aprendidas e utilizadas na escola e fora dela, mas que não necessariamente possuem uma formalização algébrica, e o aprendizado da álgebra formal, que é a linguagem utilizada na Matemática e que se caracteriza pela representação simbólica dos valores desconhecidos, das variáveis, etc.

De acordo com os *Principios e Estándares para la Educación Matemática do NCTM (*2000), as grandes ideias do pensamento algébrico envolvem representação, raciocínio proporcional, significado de variáveis, padrões e funções, igualdades, raciocínio dedutivo e indutivo. Para Kieran e Chalouh (1993) o pensamento algébrico envolve o desenvolvimento de um raciocínio matemático dentro de um referencial algébrico, construindo o significado para símbolos e operações algébricas em termos da aritmética. Durante o desenvolvimento destas competências destaca-se, no estudo da álgebra, o uso de símbolos como uma parte fundamental do aprendizado proficiente dessa área e consequentemente da solução de problemas que requeiram a aplicação da álgebra na sua solução.

Considerando os conteúdos algébricos constantes dos programas escolares do Ensino Fundamental, uma abordagem centrada na aplicação de algoritmos e manipulação mecânica dos símbolos revela-se problemática, já que, para avançar na compreensão dos conceitos algébricos, é necessário que o aluno desenvolva um pensamento matemático de alto nível. Raciocínio de alto nível, segundo Resnick citado por Lins e Gimenez (1997), é aquele que estabelece relações. Não é imediato, e faz com que o sujeito estabeleça processos não-algorítmicos. Exige um nível de abstração mais elevado, o qual permite relações entre os conhecimentos já adquiridos, exigindo mais que a aplicação de algoritmos e regras. Normalmente, segundo Groenwald e Nunes (2007), a resolução de problemas em Matemática exige, dos resolventes, raciocínios de alto nível, ou seja, é necessário relacionar os conhecimentos prévios e aplicá-los em uma situação nova.

Para Godino e Font (2003), o professor deve ter compreensão da importância que a Álgebra e o pensamento algébrico têm no estudo da Matemática:

> O raciocínio algébrico implica em representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da Matemática. E a medida que se desenvolve esse raciocínio, se vai evoluindo no uso da linguagem e seu simbolismo, necessário para apoiar e comunicar o pensamento algébrico, especialmente nas equações, nas variáveis e nas funções. Esse tipo de pensamento está no coração da Matemática concebida como a ciência dos padrões e da ordem, já que é difícil encontrar em outra área da Matemática em que formalizar e generalizar não seja um aspecto central. Em consequência, os professores em formação têm que construir essa visão do papel das ideias algébricas nas atividades matemáticas, e sobre como desenvolver o pensamento algébrico durante todos os níveis de ensino (GODINO; FONT, 2003, p.8)

O pensamento algébrico é assumido, no contexto deste trabalho, como um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial. Concebe-se também que o pensamento algébrico de modo formalizado é desenvolvido fundamentalmente no ambiente escolar através dos conteúdos algébricos ao longo dos anos de escolarização.

Nesse contexto, o desenvolvimento do pensamento algébrico e o conhecimento de conteúdos específicos são aspectos importantes e indissociáveis, pois apenas o desenvolvimento conjunto desses conhecimentos e habilidades irá capacitar o estudante no uso efetivo do seu conhecimento matemático, uma vez que o estudo isolado dos conceitos algébricos leva o estudante a entender esses como fatos isolados e sem significado.

Como, muitas vezes, é difícil encontrar problemas reais que mostrem aos alunos como e onde aplicar a Álgebra que aprendem na escola básica, eles acabam por não compreenderem que seja necessário saber Álgebra para "matematizar" o mundo segundo Fey, apud Davis (1989). Ainda segundo Davis (1989), ao analisar livros didáticos é possível observar que grande parte dos problemas propostos poderiam ser resolvidos através da Aritmética.

No entanto, cada vez mais o estudo da Álgebra tem se tornado importante para a formação dos futuros cidadãos. Para House (1995), a Álgebra tem lugar de destaque nos currículos de Matemática da Educação Básica há muito tempo e, afirma que embora sejam feitas modificações frequentes, geralmente, essas consistem apenas na reorganização dos mesmos conteúdos, isso porque as tecnologias da informação e as forças sociais atuam fortemente durante o processo de definição dos conteúdos.

Ainda segundo House (1995), o desenvolvimento advindo com as tecnologias da informação, por exemplo, na Biologia e nas Ciências Sociais, tornaram-nas dependentes da Matemática, pois processos algébricos e análises gráficas são de importância fundamental nessas áreas atualmente. Outra implicação nos currículos, segundo a autora, é que os algoritmos terão seu papel diminuído e ao mesmo tempo realçado. Diminuído com relação à memorização, mas realçado quanto à necessidade de se aprender a planejar e criar algoritmos para execução de tarefas.

Já com relação às forças sociais, House (1995) destaca que o impacto das novas tecnologias produziu no cotidiano das pessoas novas demandas, criando novas exigências. Por exemplo, passou-se a procurar indivíduos que tenham facilidade para o raciocínio quantitativo e procedimentos matemáticos relacionados com tópicos como estatística e probabilidade. Essa nova realidade acaba por demandar uma resposta da escola que deve introduzir o estudante nesse novo mundo.

De acordo com o NCTM (2000), a fluência no simbolismo algébrico ajuda os estudantes a representar e resolver problemas em muitas áreas do currículo, por exemplo, os estudantes devem poder operar fluentemente com expressões algébricas, combinando-as e re-expressando-as em formas alternativas. Estas capacidades estão na base da capacidade de encontrar soluções exatas de equações e funções que estão presentes no estudo da Física, da Química, da Estatística e em muitas outras áreas.

METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Essa pesquisa teve como objetivo investigar as características do pensamento algébrico, em alunos do Ensino Médio, mas adotando como referência conteúdos estudados durante o Ensino Fundamental, sendo estudado o conteúdo de equações do 1º grau, através da análise dos resultados da implementação de uma experiência, utilizando o sistema SCOMAX.

O *sofware* SCOMAX (Student Concept Map Explore) consiste em uma ferramenta informática que auxilia no conhecimento das dificuldades dos alunos, permitindo o planejamento de uma recuperação de conteúdos individualizada.

O experimento foi desenvolvido com 12 alunos, do 2º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Prudente de Moraes, da cidade de Osório, Rio Grande do Sul. A idade média dos alunos era de 16 anos, e estavam no 10º ano de escolarização.

Os estudantes resolveram um teste adaptativo, estruturado de acordo com a figura 03, sendo que cada nodo consistia de um teste específico que visava mapear determinado aspecto em foco e as respectivas habilidades que, *a priori*, acreditava-se que o estudante deveria ter desenvolvido com o estudo daquele conteúdo.

A investigação adotou um viés qualitativo sob o enfoque de estudo de caso, pois buscou investigar questões com o objetivo de estudar o fenômeno em sua complexidade e no contexto natural (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Essa investigação faz parte de um projeto mais amplo entre o Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em Canoas, e o grupo de Tecnologias Educacionais da Universidade de La Laguna (ULL), em Tenerife na Espanha.

O *software* SCOMAX

O SCOMAX é um sistema de inteligência artificial, implementado em Java, desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK; GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico – PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico.

O PCIG não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, tal como sucede no caso de um mapa conceitual genérico, mas os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o PCIG, deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser desenvolvido antes do conceito B”, começando pelos nodos[1] dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

1 Nodos são conceitos que fazem parte do grafo PCIG. Disponível em http://www.compendiuminstitute.org/.

O SCOMAX (*Student Concept Map Explore*), cujo significado é ?????explorando o mapa conceitual de um aluno, possibilita ao professor importar um PCIG, criado utilizando o *software Compendium*[1], de um conteúdo qualquer, e criar um banco de questões ligando-o a um teste adaptativo (MORENO et al., 2007), gerando uma série de testes seguindo a estrutura hierárquica descrita no PCIG. Das respostas obtidas, de cada estudante, se obtém um mapa personalizado que descreve o que cada aluno conhece, *a priori,* do conteúdo do PCIG, o que gera o mapa individualizado das dificuldades do aluno, conforme a figura 1.

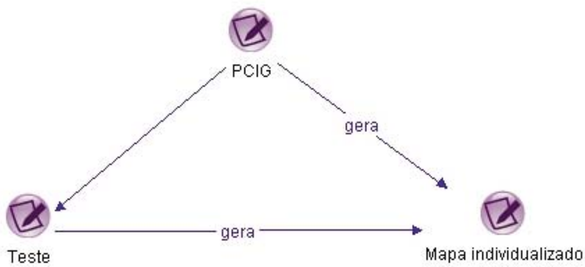

FIGURA 1 – Esquema do sistema SCOMAX.

Para cada conceito do PCIG, devem ser cadastradas perguntas que irão compor o banco de questões do teste adaptativo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de dificuldade (fácil, média ou difícil); a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. As definições desses parâmetros são fundamentais para que seja possível, através do teste adaptativo, estimar o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso o teste adaptativo vai selecionando perguntas para o aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas anteriores. Quer dizer, se o aluno vai respondendo corretamente, o sistema vai subindo o grau de dificuldade das perguntas, e, ao contrário, se a partir de um determinado momento o aluno não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte. O sistema dispõe de um mecanismo de parada, quando já não pode obter uma melhor estimativa sobre ao grau de conhecimento de um conceito, ou quando não existam mais perguntas. Por essa razão cada nodo do PCIG deve ter um número suficiente de perguntas, de diferentes níveis de dificuldade.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliar os conceitos, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste. Quando um conceito não é superado o sistema não prossegue avaliando por esse ramo de conceitos do PCIG, pois se entende que esse conceito é necessário para a compreensão do seguinte. É importante dizer que o sistema poderá prosseguir por outras ramificações do PCIG.

O sistema mostrará para cada conceito, através do seu banco de dados, quais foram às perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa realizada por ele sobre o grau de conhecimento de cada conceito, conforme o exemplo representado na figura 2.

El tiempo de la respuesta	Pregunta	Tipo de la respuesta	Dificultad	puntos antes
10/12/07 11:05:28.992	Resolva a equação de 1º grau 3m + 2(m+1)= 14 +m. O resultado obtido foi:	correcto	0.3	0.5
10/12/07 11:06:21.741	Resolvendo a equação obtemos:	Incorrecto	0.5	0.6
10/12/07 11:06:34.290	Qual o valor de X na equação ?	correcto	0.3	0.6
10/12/07 11:07:37.152	Qual o resultado encontrado por um aluno para a incógnita S na equação S–4t+2+t+15=0, quando t=6 ?	correcto	0.5	0.6923078
10/12/07 11:08:54.134	Quando resolvemos a equação 2(2X – 1) –6(1 – 2X) = 2(4X – 5), encontramos para X o valor de:	correcto	0.5	0.7894738
10/12/07 11:10:11.896	Determinar o valor de X na equação 3X – 7Y = -12, quando Y=6.	Incorrecto	0.3	0.8620691
10/12/07 11:10:48.312	Resolvendo a seguinte equação obtemos?	questionResponse.undefined	0.1	0.8620691
10/12/07 11:10:54.554	Encontre o valor de X na equação 4x+14 = 22	correcto	0.1	0.8620691
Puntos en total			0.862069	

FIGURA 2 – Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo do PCIG.

O desempenho do aluno é calculado a partir da fórmula $\frac{D \times P}{D \times P + (1-P) \times L}$, onde: D é a dificuldade da pergunta; L é o nível de adivinhação da pergunta; P é a nota da pergunta anterior.

Experiência no Ensino Médio

O experimento foi desenvolvido com o objetivo de identificar as características relativas aos conhecimentos conceitual, procedimental e de resolução de problemas, dos estudantes, sobre equações de 1º grau.

Foi utilizado um PCIG de nove nodos (fig. 3) com os conceitos que determinaram as atividades do teste adaptativo. O banco de dados do teste foi construído com 15 questões em cada nodo, classificadas em fáceis, médias e difíceis.

Os alunos resolveram as atividades individualmente, no laboratório de informática da escola, e demoraram, em média, 50 minutos na realização de todos os testes do PCIG.

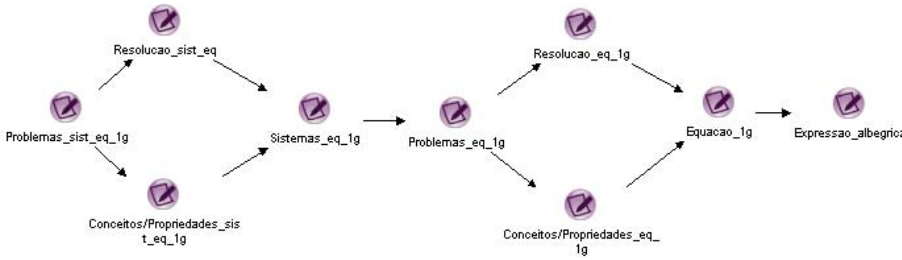

FIGURA 3 – Grafo de equações do 1º grau (PCIG).

Os nodos considerados conceituais são expressões algébricas, conceitos e propriedades das equações de 1º grau, equação de 1º grau, sistemas de equações de 1º grau, conceitos e propriedades dos sistemas de equações de 1º grau. Os nodos considerados procedimentais são resolução de equação de 1º grau e resolução de sistemas de equações de 1º grau. Os nodos problemas de equações do 1º grau e problemas de sistema de equações do 1º grau objetivaram determinar a capacidade de resolução de problemas dos alunos.

RESULTADOS

O nodo de expressões algébricas, foi considerado como um conceito prévio para o trabalho com equações de 1º grau, buscou identificar o nível de compreensão sobre o conceito e o cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica. Nos resultados obtidos pelos estudantes, apenas 4 alunos conseguiram superar o índice de 50% de sucesso, sendo que desses, 3 atingiram apenas o nível satisfatório e 8 alunos não atingiram o nível desejado na resolução das atividades. Os erros mais frequentes ocorreram em questões do cálculo do valor numérico de uma expressão.

Por exemplo: Qual o resultado da expressão $3x + 4$, se x tiver um valor igual a 2?

(a) 36 (b) 324 (c) 10 (d) 14 (e) 0

Quatro alunos marcaram a opção “a”, o que sugere que não entenderam que $3x$ representa uma multiplicação entre o número 3 e a incógnita x. Substituíram x por 2 e depois somaram 32+4, obtendo 36. Saber representar e operar com expressões algébricas é importante para a compreensão do conceito e compreensão das aplicações de equações do 1º grau.

Nos nodos conceituais de equação do 1º grau, conceitos e propriedades, os resultados também não foram os esperados, como é possível observar nas tabelas 1 e 2.

TABELA 1 – Resultados do teste com nodos conceituais de equações.

Conceitos/Propried. da eq. de 1º grau

Aluno	Qt. Fácil		Qt. Média		Qt. Difícil		Num. Qt.	Aval.
	Nº	Certas	Nº	Certas	Nº	Certas		
1	0	0	2	1	3	2	5	0.80
2	2	1	2	1	3	1	7	0.71
3	1	1	2	0	2	1	5	0.62
4	0	0	2	1	3	1	5	0.71
5	1	1	2	0	2	0	5	0.50
6	2	0	2	0	1	0	5	0.50
7	0	0	2	2	3	1	5	0.78
8	2	0	2	0	1	0	5	0.50
9	0	0	2	1	3	0	5	0.60
10	2	0	2	0	1	0	5	0.50
11	2	1	2	0	2	0	6	0.50
12	0	0	2	1	3	3	5	0.87

A tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelos 12 estudantes que realizaram o experimento, com relação ao nodo conceitos e propriedades da equação de 1º grau, sendo também apresentado o número de questões que cada estudante respondeu e o grau de dificuldade de cada uma, apresentando o desempenho obtido, sendo importante destacar que a nota inicial era 0,50, portanto os estudantes atingiriam o desempenho mínimo esperado se obtivessem um resultado superior a 0,75.

TABELA 2 – Resultados do teste com nodos conceituais de equações.

Equação de grau 1

Aluno	Qt. Fácil		Qt. Média		Qt. Difícil		Num. Qt.	Aval.
	Nº	Certas	Nº	Certas	Nº	Certas		
1	1	1	3	2	2	1	6	0.71
2	1	0	3	0	1	0	5	0.40
3	1	0	3	1	2	1	6	0.62
4	1	0	3	2	2	1	6	0.71
5	1	1	3	1	1	0	5	0.50
6	0	0	3	1	2	1	5	0.62
7	1	0	2	1	2	0	5	0.50
8	1	1	3	1	1	0	5	0.50
9	1	0	3	0	1	0	5	0.40
10	1	0	3	1	2	1	6	0.71
11	1	0	3	0	1	0	5	0.40
12	1	0	3	2	2	0	6	0.60

A média inicial dos estudantes, neste nodo, era 0,40, portanto os estudantes atingiriam o desempenho mínimo esperado, de 50% de acertos ao teste proposto, se obtivessem um resultado superior a 0,70. Observa-se que o desempenho não foi o esperado para alunos do Ensino Médio, apenas 3 alunos conseguiram obter o desempenho desejado nos dois nodos e apenas 1 conseguiu um bom desempenho em ambos os nodos.

Salienta-se que esses nodos são os que representam o teor do teste, pois o primeiro busca investigar a compreensão conceitual e o segundo o aspecto operacional da utilização das equações de 1º grau na resolução de problemas.

Os alunos, participantes do experimento, relataram que não conheciam os termos utilizados nas atividades, relativas à denominação das propriedades e que não lembravam da sua utilização. Já com relação a resolução de problemas a dificuldade mais explicitada estava relacionada com a dificuldade de estruturar/representar matematicamente as situações apresentadas.

O terceiro ponto analisado se refere à resolução de equações de 1º grau, em que os alunos mostraram um melhor desempenho, pois este nodo investigava apenas se os estudantes sabiam ou não resolver este tipo de equação, embora isso não tenha se refletido no resultado final.

A seguir, apresentam-se exemplos de situações em que os alunos tentaram resolver as questões de maneira adequada, no entanto, no desenvolvimento do processo vários alunos cometeram erros que são classificados como básicos na resolução de equações de 1º grau, conforme se observa na figura 4.

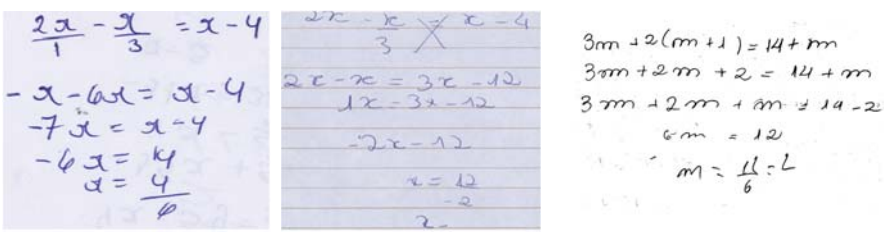

FIGURA 4 – Registros de alunos durante o experimento.

Os erros cometidos estão relacionados à manipulação algébrica, onde se evidenciam erros relacionados com a transposição dos termos(KIERAN, 1992), utilizado por todos os alunos. Nas resoluções que envolvem frações, os erros estão relacionados ao algoritmo do mínimo múltiplo comum, os registros demonstram que eles utilizaram a multiplicação indevidamente.

Quanto à resolução de problemas, o desempenho apresentado pelos alunos pode ser classificado como satisfatório, pois 8 alunos obtiveram notas acima do mínimo desejado em ambos os nodos. No entanto, é importante observar que mesmo os alunos que resolveram os problemas utilizando uma notação algébrica (4 alunos) para sua posterior resolução, encontraram a solução realizando a substituição das alternativas no problema, caracterizando um pensamento matemático elementar, baseado em uma abordagem de tentativa e erro. Outro aspecto importante é que os estudantes faziam uso com frequência de abordagens aritméticas para a resolução dos problemas apresentados.

Na figura 5 observa-se uma resolução aritmética e, ao lado, uma resolução onde o aluno opera incorretamente com os termos.

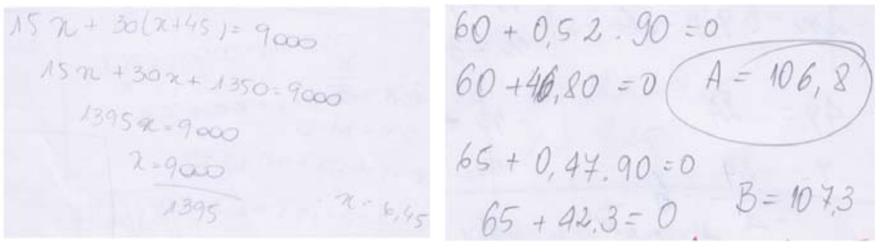

FIGURA 5 – Registros de alunos na resolução de problemas

CONCLUSÃO

A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir, em relação ao desempenho dos alunos, que: apresentaram maior dificuldade nos nodos conceituais do que nos procedimentais e mesmo os alunos que resolveram equações e sistemas de equações de 1º grau corretamente, não utilizam esses conhecimentos na resolução dos problemas, a tendência dos alunos foi resolver os problemas por substituição; apresentaram dificuldades na aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, algo inesperado, pois os alunos, a priori, deveriam dominar essa habilidade, visto que, sendo alunos do 2º ano do Ensino Médio, já estudam álgebra há 4 anos.

Os resultados do experimento demonstraram que esses alunos têm o seu aprendizado da álgebra baseado na aprendizagem de técnicas de manipulação. Embora o conhecimento e o domínio de técnicas sejam importantes, dentro do estudo da álgebra, é muito importante um entendimento fundamentado dos conceitos e o posterior uso desses na resolução de situações problema.

Por outro lado, esse trabalho permitiu verificar que é possível, baseado na análise do desempenho de cada nodo avaliado através de um teste adaptativo gerado pelo SCOMAX, identificar pontualmente em que tópicos o aluno apresenta dificuldades e quais são essas dificuldades, sendo possível um mapeamento individualizado dos conhecimentos e das dificuldades desse aluno.

Outra constatação é que os estudantes participantes do experimento já tinham estudado álgebra na escola, durante 5 anos, e os resultados mostraram que além de terem assimilado pouco conteúdo teórico e razoável habilidade operacional, não aplicam os conteúdos costumeiramente presentes nos programas escolares na resolução de problemas, ficando, esses conhecimentos, restritos ao ambiente escolar, ou seja, os alunos não conseguem aplicar o que aprenderam de álgebra em contextos do seu cotidiano. Essa afirmação está baseada no fato de que os resultados apresentados, pelos estudantes, com relação a resolução de problemas evidenciam que eles tiveram mais facilidade nas questões com um contexto escolarizado, apresentado nos livros didáticos e maior dificuldade em problemas com uma elaboração diferenciada do habitual.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a colaboração do grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, principalmente ao professor Dr. Lorenzo Moreno Ruiz.

REFERÊNCIAS

AZCÁRATE, P. Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual? *Investigación en la Escuela*, n. 32, p.77-85, 1997.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994.

DAVIS, R. B. Research Studies in How Humans Think about Algebra. In: SIGRID, W.; KIERAN, C. (Ed.) *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1989. V.4. p.266 –174.

GODINO, J. D.; FONT. V. *Razonamiento Algebraico y su Didáctiva para Maestros*. Granada, Espanha: Universidade de Granada, 2003. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>. Acesso em: jan. 2008.

GROENWALD, C. L. O.; NUNES, G. S. Curriculo de matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível. *Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa***,** v. 10, n. 1, p.97-116, 2007.

HOUSE, P. A. Álgebra: ideias e questões. In: COXFORD, A. F. ; SHULTE, A. P. (Org.). *As ideias da álgebra***.** São Paulo: Atual, 1995. p.1-8.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In: GROWS, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning***.** New York, NY: MacMillan, 1992. p.390-419.

KIERAN, C.; CHALOUH, L. "Prealgebra: the Transition from Arithmetic to Algebra". In: OWENS, D. T. (Ed.). *Research ideas for the Classroom***:** Middle Grades Mathematics. Reston, VA: NCTM, 1993.

KRIEGER, S. Just what is algebraic thinking? Disponível em: <http:// www.math.ucla.edu/~kriegler/index.html> Acesso em: 27 ago. 2007.

LINS, R. C. ; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. São Paulo: PAPIRUS, 1997.

MORENO, L. et al. Hacia un Sistema Inteligente basado en Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automatización de un Aprendizaje Signifiativo. Aplicación a la Enseñanza Universitaria de la Jerarquía de Memoria. In: *JORNADA DE ENSEÑANZA UNIVERSITARIA DE LA INFORMÁTICA, 12., 2007*, Tenerife. Actas... Tenerife: Universidad de La Laguna, 2007.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS – NCTM. *Principios e Estándares para la Educación Matemática***.** Trad. Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2000.

Recebido em: set. 200 **Aceito em:** maio 2010