




A Área da Superfície de Figuras Planas nos Livros Didáticos ao Longo do Ensino Fundamental

Danila Brígida Santana Imafuku ^a
Maria Elisa Esteves Lopes Galvão ^b
Angelica da Fontoura Garcia Silva ^a

^a Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de pós-graduação em Educação Matemática, São Paulo, SP, Brasil

^b Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística, Departamento de Matemática, São Paulo, SP, Brasil

Received for publication 1 Jul. 2022. Accepted after review 24 Nov. 2022

Designated editor: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: estudos enfatizam a importância de um ensino que contribua para a compreensão do conceito e do cálculo de área de figuras planas, levando em consideração os livros didáticos que são, muitas vezes, o principal recurso didático utilizado pelo professor para a elaboração de suas aulas. **Objetivo:** busca-se investigar como é introduzido e orientado o tópico *área de figuras planas* no livro didático, ao longo do Ensino Fundamental, e verificar quais as potencialidades e limitações das propostas para mobilizar as apreensões figurais e obter a aquisição do conhecimento. **Design:** trata-se de uma pesquisa documental baseada na análise de conteúdo proposta por Bardin. **Cenário e participantes:** selecionou-se quatro coleções aprovadas pelo PNLD de 2019 e 2020. **Coleta e análise de dados:** nessas coleções identificou-se os volumes e as unidades que abordavam o tema em questão. A análise dos dados, realizada à luz das apreensões figurais de Duval e das quatro etapas sugeridas por Clements & Stephan para a construção do conceito de áreas de figuras planas, busca identificar se as habilidades matemáticas descritas pela BNCC podem ser favorecidas. **Resultados:** as propostas das coleções evidenciam a importância do uso da malha quadriculada para a introdução do conceito e do cálculo de área de figuras planas nos diferentes níveis de escolaridade, todavia poucas atividades mobilizam processos de reconfiguração. **Conclusões:** é essencial a proposição de atividades que possibilitem ao estudante o entendimento da equivalência de área entre as figuras modificadas e conduzam à compreensão da configuração retangular e das fórmulas de cálculo de área.

Palavras-chave: Área de figuras planas; Livros didáticos; Apreensões figurais; Aquisição do Conhecimento; BNCC.

Autor correspondente: Danila Brígida Santana Imafuku. Email: danilaimafuku@hotmail.com

The Surface Area of Plane Figures in Textbooks throughout Elementary School

ABSTRACT

Background: The studies emphasise the importance of a kind of teaching that contributes to understanding the concept and the calculus of the area of plane figures, considering the textbooks that are often the main resource teachers use to prepare classes. **Objective:** To investigate how the topic *area of flat figures* is introduced and guided in elementary school textbooks and to verify the potential and limitations of the proposals to mobilise the figural apprehensions and acquire knowledge. **Design:** This is a documentary research with a methodology based on the content analysis proposed by Bardin. **Setting and participants:** Four collections approved by the PNLD in 2019 and 2020 were selected. **Data collection and analysis:** In these collections, the volumes and units that addressed the topic in question were identified. The data analysis, carried out in light of Duval's figural apprehensions and the four stages suggested by Clements and Stephan for constructing the concept of plane figure areas, seeks to identify whether the mathematical skills described by the BNCC can be favoured. **Results:** the proposals of the collections show the importance of using the grid for introducing the concept and calculation of the area of plane figures at the different levels of education; however, few activities mobilise reconfiguration processes. **Conclusions:** It is essential to propose activities that allow students to understand the area equivalence between the modified figures and lead them to understand the rectangular configuration and the formulas for area calculation.

Keywords: Area of plane figures; Textbooks; Figural apprehensions; Knowledge acquisition; BNCC.

INTRODUÇÃO

O ensino do conceito e dos procedimentos de cálculo da área da superfície de figuras planas requer uma atenção especial e um olhar mais aprofundado em relação tanto à abordagem inicial quanto às discussões posteriores, uma vez que os “professores de matemática, apoiados nos livros didáticos, introduzem o conceito de área como um número associado a uma superfície e rapidamente passam ao cálculo de área, utilizando fórmulas” (Facco, 2003, p. 31), sem dispensar atenção ao significado do conceito de área. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o estudo da Geometria não pode ficar restrito a aplicações de fórmulas numéricas do cálculo de área (Brasil, 2018). Destaca-se, por exemplo, que a equivalência de áreas já é discutida há muito tempo, desde o tempo dos mesopotâmios e dos antigos gregos, sem o uso de fórmulas (Brasil, 2018, p. 272).

A BNCC ainda prevê que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes devem reconhecer que medir é comparar uma grandeza e uma

unidade de medida e que o valor obtido é representado por meio de um número (Brasil, 2018). Por outro lado, pesquisas sobre essa temática vêm apontando o benefício de desenvolver sequências de atividades que podem auxiliar na compreensão do cálculo de área e de sua medida. Autores como Facco (2003), Cavanagh (2008) e Clements & Stephan (2004) discutem o uso da malha quadriculada e as possíveis reconfigurações de uma figura como importantes ferramentas na condução do ensino do conceito e do cálculo da área da superfície de figuras planas.

Neste estudo optamos por analisar coleções indicadas no relatório do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2019, anos iniciais, e no PNLD de 2020, anos finais, a fim de verificar como cada autor aborda o conceito de área de figuras planas ao longo do Ensino Fundamental. Consideramos autores que possuíssem livros didáticos recomendados pelo PNLD nos anos de 2016, 2017, 2019 e 2020. Verificamos que apenas dois deles tiveram obras indicadas nessas quatro edições do PNLD, por isso elegemos os materiais desses autores, que, em nossa análise, são identificados como autor A1 e autor A2.

Ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que os estudantes sejam capazes de resolver problemas relacionados a situações do cotidiano que envolvam o cálculo de área de regiões triangulares e retangulares, sem o uso de fórmulas. Nos anos finais, tem-se a expectativa de que saibam relacionar a área como medida associada a uma figura geométrica, resolvam problemas que envolvam o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais e consigam determinar expressões para o cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos (Brasil, 2018).

Assim, apresentamos aqui um estudo da abordagem realizada nos livros didáticos. O objetivo central desta pesquisa é identificar, em quatro coleções de livros didáticos, as potencialidades e as limitações da abordagem do tema área de figuras planas para as apreensões figurais (Duval, 1994) e para a construção do conhecimento (Clements & Stephan, 2004). Para tanto, também nos fundamentamos nas habilidades e nas competências matemáticas destacadas pela BNCC (Brasil, 2018).

Uma análise sobre o ensino de áreas de figuras planas em livro didático ao longo do Ensino Fundamental, por meio do exame das coleções de autores indicados nos relatórios do PNLD 2016, anos iniciais, e do PNLD 2017, anos finais, é apresentada pela primeira autora em sua dissertação (Imafuku, 2019). Esse estudo foi o ponto de partida para a pesquisa que relatamos neste artigo com o propósito de responder aos questionamentos: Como é introduzido e

orientado o tópico área de figuras planas no livro didático, ao longo do Ensino Fundamental? e Quais as potencialidades e limitações das propostas para mobilizar as apreensões figurais e obter a aquisição do conhecimento?

BASES TEÓRICAS

Para o desenvolvimento da análise desta pesquisa, nos apoiamos nas obras de Clements & Stephan (2004) e Duval (1994).

Clements & Stephan (2004) foi adotado como orientador para analisar a construção do conceito de área em nossa análise. Esses autores enfatizam a importância de desenvolver o ensino de área de figuras planas de uma forma que favoreça a compreensão dos estudantes e que não seja meramente restrita ao uso de fórmulas. Para esses autores, é fundamental que os estudantes saibam estruturar um recobrimento da região da superfície cuja área deve ser calculada usando uma malha quadriculada.

Esse estudo descreve que existe pelo menos cinco conceitos fundamentais envolvidos na aprendizagem do cálculo de área, são eles: particionamento, iteração, conservação, estruturação matricial e medição linear. Com base nesses cinco conceitos, Clements and Stephan (2004) destacam a importância de propor atividades que auxiliem os alunos a compreender o conceito de área. Como resultado os autores sugerem uma sequência com quatro etapas, que poderão contribuir para a compreensão do conceito de área e sua medida: 1º) incentivar a observação de toda a região da figura, utilizando uma unidade de medida adequada e verificando que a região precisa ser toda recoberta sem lacunas ou sobreposições; 2º) promover a construção e entendimento de uma estruturação matricial de uma superfície retangular; 3º) conduzir à percepção de que o comprimento dos lados de um retângulo está associado à quantidade de unidades de medida que se apoiam em cada lado e ao número de linhas e colunas da estruturação da cobertura do retângulo; 4º) desenvolver o entendimento de que, ao multiplicar as duas dimensões, determina-se o número total de quadradinhos que compõem o retângulo e, portanto, a área do retângulo.

Fundamentamos também nossa análise na teoria de Duval (1994), que destaca que os problemas em geometria possuem originalidade, pois mobilizam registros de representações figurais associados a figuras planas ou espaciais, com interpretações autônomas. Estas são descritas pelo autor como apreensões perceptiva, discursiva, sequencial ou operatória.

Segundo Duval (1994), a apreensão perceptiva é imediata na exploração de uma figura, com uma função epistemológica de identificação de objetos bidimensionais e tridimensionais, possibilitando a identificação ou o reconhecimento da forma, restringindo-se às constatações.

Já a apreensão discursiva possui uma função epistemológica de demonstração, na qual se evidenciam os elementos de uma figura por meio de uma articulação das informações constantes nas legendas ou nas hipóteses relativa às propriedades matemáticas existentes.

A apreensão sequencial está associada ao ato de construir um modelo, pois é mobilizada nas atividades que necessitam de construções mediante instrumentos, como régua, compasso, *software*, entre outros, com o objetivo de reprodução ou construção das figuras geométricas. Ao mobilizar essa apreensão, é importante respeitar uma ordem específica, que dependerá das propriedades matemáticas exigidas e das restrições técnicas de cada instrumento utilizado (Duval, 1994).

A apreensão operatória está centrada nas possíveis modificações que uma figura pode sofrer. Seu desenvolvimento não se dá de modo independente das demais, principalmente da apreensão perceptiva, pois ambas utilizam as mesmas leis e os mesmos parâmetros de organização que possibilitam o reconhecimento de uma figura. Essa apreensão pode ser realizada mental ou fisicamente, com tipos distintos de modificações (Duval, 1994): mereológica, que expressa as divisões de uma figura em partes para possíveis reconfigurações; óptica, que apresenta uma variação no tamanho da figura por meio de ampliação, redução ou deformação, preservando sua forma; e posicional, que desenvolve o deslocamento da figura em relação a um referencial, conservando sua forma e seu tamanho.

Em geral, as atividades propostas nos livros didáticos para o Ensino Fundamental são formuladas ou acompanhadas por figuras, por esse motivo acreditamos que a observação e a construção das figuras, o seu esboço, auxilia na compreensão das possíveis estratégias para resolução, pois, segundo Duval (1994), “[...] uma figura dá uma representação de uma situação geométrica mais fácil de aprender do que a sua apresentação em uma declaração verbal”¹ (1994, p.121, nossa tradução). Orientados pelo olhar teórico de Duval (1994),

¹ “[...] une figure donne une représentation d’une situation géométrique plus facile à appréhender que sa présentation dans un énoncé verbal” (Duval, 1994, p. 121)

buscaremos identificar as diferentes apreensões que essas figuras podem propiciar e que o estudante pode mobilizar no contexto em que se apresentam.

METODOLOGIA

Realizamos uma pesquisa de cunho documental (Gil, 2002), pois desenvolvemos um tratamento analítico para a seleção dos dados nos livros didáticos não realizado anteriormente com a mesma finalidade. O desenvolvimento deste estudo foi embasado em uma adaptação do método de análise de conteúdo proposto por Bardin (1977), que é desenvolvido em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados.

Na pré-análise, organizamos as ideias centrais, selecionamos os livros a serem analisados e o conteúdo a ser estudado. Realizamos também um levantamento de estudos sobre o ensino do conceito e do cálculo de área da superfície de figuras planas para, assim, estabelecermos a fundamentação que norteou toda a análise.

Para verificar a transição do ensino de área da superfície de figuras planas ao longo do Ensino Fundamental, analisamos as coleções aprovadas pelo PNLD de dois períodos, 2016 - 2017 e 2019 - 2020. Tal escolha se deve ao fato de que as obras avaliadas no primeiro período foram orientadas segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (Brasil, 2016). Já o segundo período avaliação das obras foram norteadas segundo as competências e habilidades matemáticas descritas pela BNCC (Brasil, 2018). Reiteramos que, nessa fase, verificamos todos os autores de livros didáticos que tiveram suas obras avaliadas e indicadas no PNLD, nos anos de 2016, 2017, 2019 e 2020.

Com base nesse levantamento, estabelecemos como critério de seleção das coleções para compor nossa análise aquelas que foram indicadas em todos os anos do PNLD no intervalo considerado. Verificamos que somente dois autores tiveram suas obras indicadas nos PNLD de 2016, 2017, 2019 e 2020. Para nossa análise utilizamos todas as obras desses dois autores conforme exposto no Tabela 1.

Na exploração do material, identificamos os volumes e as unidades das coleções selecionadas que abordavam o conteúdo relativo à área da superfície de figuras planas. Além disso, observamos a existência de articulações entre os tópicos relacionados a esse conteúdo ao longo dos volumes das coleções.

Tabela 1

Coleções de livros didáticos escolhidas e analisadas para este artigo.

Autor	Coleção de Livros Didáticos
Autor A1	Coleção de Livros Didáticos dos Anos Iniciais – Autor 1
Autor A1	Coleção de Livros Didáticos dos Anos Finais – Autor 1
Autor A2	Coleção de Livros Didáticos dos Anos Iniciais – Autor 2
Autor A2	Coleção de Livros Didáticos dos Anos Finais – Autor 2

No tratamento dos resultados, estabelecemos categorias que orientaram nossa análise, como previsto por Bardin (1977). Observamos, nas sequências propostas pelos autores, como é conduzido o ensino do conceito de área de figuras planas, como se dá o uso da malha quadriculada e das possíveis reconfigurações das figuras, como é desenvolvido o cálculo de área por meio de fórmulas. Destacamos, também, as expectativas de mobilização das possíveis apreensões figurais propiciadas para a construção do conhecimento pelas atividades propostas nas coleções.

ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Realizamos nossa análise trazendo dados selecionados nas quatro coleções de livros didáticos de dois autores (autor A1 e autor A2), que foram indicados pelo PNLD de 2019, anos iniciais, e pelo PNLD de 2020, anos finais, com o intuito de verificar como é proposto o ensino de área de figuras planas ao longo do Ensino Fundamental. Verificamos, nas coleções, como a ideia de área é introduzida e como as sequências de atividades propostas podem colaborar para entendimento do conceito e, conseqüentemente, para o desenvolvimento do cálculo de área. Ao longo de toda análise, destacamos as possibilidades de contribuições para a mobilização das apreensões figurais (Duval, 1994) na abordagem das atividades. Observamos também se a organização das atividades propostas favorece a construção do conhecimento segundo as etapas descritas por Clements e Stephan (2004), ou seja, se, as propostas apresentadas nas coleções dos anos iniciais conduzem ao entendimento do cálculo da área da região retangular e como é realizada a retomada e o aprofundamento dos tópicos tratados nos anos anteriores e como é proposto o desenvolvimento do cálculo mediante o uso de fórmulas nas coleções dos anos finais.

Segundo a BNCC, o ensino de área de figuras planas deve ser iniciado no terceiro ano do Ensino Fundamental por meio de propostas de atividades que abordem a comparação entre áreas mediante recobrimento e, assim, possibilitem a aquisição da habilidade EF03MA21² (Brasil, 2018). Com base nessa orientação, verificamos que os autores dos textos analisados optaram por abordar esse ensino como um tópico em um capítulo somente a partir do volume do quarto ano. No entanto, observamos que uma ideia inicial é apresentada no volume do terceiro ano, ao abordar outros assuntos, com o intuito de atender o desenvolvimento da habilidade indicada para esse ano.

Na coleção do autor A2, o volume do terceiro ano, aborda os aspectos iniciais do ensino de área no capítulo sobre deslocamento, localização e simetria, que é conduzido a partir da proposta de quatro atividades que antecedem o estudo de simetria, com o objetivo de trabalhar a comparação das formas e o preenchimento da superfície das figuras apresentadas na malha quadriculada. Constatamos que, nessas atividades, ele apresenta o conceito de área informalmente, de modo que conduz à noção de recobrimento da superfície e levando à percepção de que figuras, com formatos diferentes, podem ser compostas por uma mesma quantidade de quadradinhos. Destacamos que a mobilização da apreensão perceptiva é fundamental nesse processo, com o reconhecimento das superfícies das figuras e a comparação delas. Acreditamos que essas atividades possibilitam um trabalho inicial de acordo com a primeira das quatro etapas sugeridas por Clements e Stephan (2004), a qual descreve a importância de propor atividades que estimulem os estudantes a analisar toda a superfície da figura, que deve ser toda recoberta por uma unidade de medida adequada sem haver sobreposições ou lacunas.

Para a resolução da atividade da Figura 1, o autor A2 sugere que “a contagem de quadradinhos pode ser feita um a um ou pode-se pensar numa disposição retangular 3 por 4 na qual faltam 4 quadradinhos” (Manual do professor, autor A2, 3º ano, p.186). No entanto, verificamos que a disposição retangular é explorada no capítulo sobre a multiplicação de números naturais,

² O código alfanumérico EF03MA21 tem a seguinte composição: o primeiro par de letras indica a etapa do Ensino Fundamental. O último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano “21”. O primeiro par de números indica o ano a que se refere a habilidade – terceiro ano. O segundo par de letras indica que o componente curricular é Matemática (MA). A habilidade EF03MA21 é descrita no documento como capacidade de o aluno “Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.” (Brasil, 2018, p.289)

porém não é vinculada à ideia de área e nos parece precocemente sugerida num contexto mais elaborado nesse problema introdutório ao conceito de área.

Figura 1

Atividade envolvendo recobrimento da superfície. (Autor A2, 3º ano, 2017, p. 186)

2 Observe as figuras abaixo.

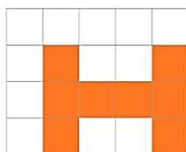


Figura 1

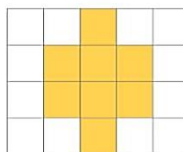


Figura 2

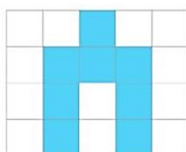


Figura 3

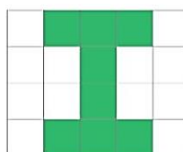


Figura 4

a) Cada figura é formada por quantos quadradinhos?

Todas as figuras são formadas por 8 quadradinhos.

b) Quais dessas figuras têm o mesmo formato? Figuras 1 e 4.

Por esse motivo, acreditamos que a proposta de resolução por disposição retangular, sem proporcionar uma exploração do conceito e do cálculo de área, pode não favorecer um real entendimento do significado do processo realizado. Segundo Clements e Stephan (2004), quando este não é desenvolvido de acordo com a sequência de níveis propostos, é comum os estudantes confundirem os conceitos de área e de perímetro, além de utilizarem as fórmulas de áreas sem atribuir significado a elas.

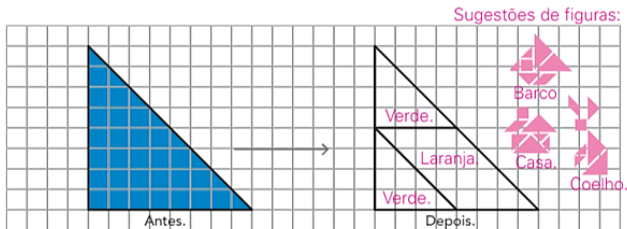
Ao analisar essas atividades, entendemos que o intuito do autor A2 foi promover a aquisição da habilidade sugerida para o ano e auxiliar a compreensão do conteúdo seguinte, e não introduzir formalmente o conceito de área. O mesmo tratamento foi observado no volume do terceiro ano da coleção

do autor A1, que propõe, em algumas unidades³, atividades que utilizam a malha quadriculada ou as peças do Tangram para abordar a ideia da comparação entre superfícies como podemos observar na Figura 2.

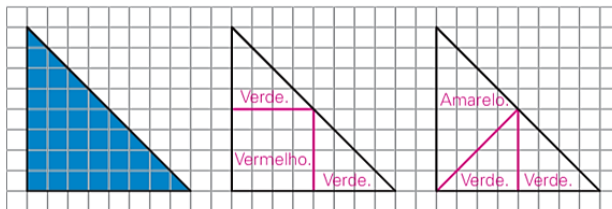
Figura 2

Atividade de comparação com as peças do Tangram. (Autor A1, 3º ano, 2020, p.122)

- O tangram é um quebra-cabeça chinês que tem 7 regiões planas. Recorte as peças da página 37 do **Ápis divertido**.
- Construa as 2 figuras ao lado usando as peças que você destacou.
- Crie e construa outras figuras.
Resposta pessoal.
- Na malha quadriculada abaixo, a peça azul da esquerda representa a peça triangular maior. Ela pode ser coberta por outras 3 peças, como indica a figura da direita. Experimente! Depois, pinte as 3 peças com as respectivas cores do tangram.



- Há mais 2 possibilidades de cobrir uma peça azul com 3 das demais peças. Experimente! Depois, registre as soluções nesta malha quadriculada.



³Tais unidades foram nomeadas pelo autor como: Regiões planas e contornos, multiplicação e divisão com números naturais e números maiores que 1000.

Nos volumes do quarto e do quinto ano, a proposta dos autores para o desenvolvimento do conceito e o cálculo da área da superfície de figuras planas reforça a ideia de comparação entre superfícies. São apresentadas sequências de atividades que favorecem a mobilização da apreensão perceptiva, uma vez que as representações figurais se fazem presentes na maioria das atividades, o que entendemos ser de suma importância para o ensino desse conteúdo. A apreensão sequencial é requisitada nas construções de figuras em malhas quadriculadas que são sugeridas principalmente como aprofundamento dos tópicos discutidos. No entanto, nesse nível de escolaridade, as apreensões operatória e discursiva não são muito enfatizadas e são encontradas somente em algumas atividades.

No volume do quarto ano, as primeiras atividades propostas pelo autor A1 utilizam as unidades de medidas não padronizadas para, em seguida, apresentar as unidades padronizadas, sempre relacionando-as com a superfície de um quadradinho. Já o autor A2 opta por trabalhar somente as unidades não padronizadas. O uso da malha quadriculada e o cálculo de área por meio da contagem de quadradinhos são fortemente encontrados no desenvolvimento das atividades propostas, o que nos permite identificar aproximações com as ideias descritas por Clements e Stephan (2004), que destacam que, para os alunos entenderem a área de uma superfície no contexto bidimensional, é importante que saibam estruturá-la em uma malha quadriculada.

Entretanto, verificamos que o autor A2 aborda o cálculo da medida da área de regiões retangulares pelo processo multiplicativo (comprimento x largura) já na terceira atividade, como podemos observar na Figura 3.

Observamos que para a resolução dessa atividade o uso da apreensão perceptiva favorece a identificação do formato das figuras, assim como o reconhecimento das fileiras horizontais e verticais. A apreensão discursiva se faz necessária ao descrever no item b) o cálculo de área por meio de uma multiplicação.


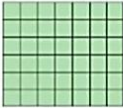

Ao analisar a sequência proposta pelo autor A2 para o volume do quarto ano, verificamos que o cálculo mediante o processo multiplicativo é apresentado de forma precoce, pois atividades que poderiam desenvolver a recobrimentos de regiões retangulares por parte dos estudantes foram propostas somente depois dessa abordagem. Consideramos, assim como Clements e Stephan (2004), que atividades em que os alunos precisam construir estruturas matriciais de regiões retangulares constituem uma etapa essencial na condução do entendimento de que o produto das dimensões de uma região retangular corresponde à medida de sua superfície. Para esses autores essa é

uma etapa fundamental para que o estudante possa entender a área como verdadeiramente bidimensional e, destacam que é um processo que pode levar um bom tempo para a compreensão.

Figura 3

Atividade envolvendo processo multiplicativo. (Autor A2, 4º ano, 2017, p.130)

3 Observe as superfícies revestidas por lajotas quadradas e responda às questões considerando a lajota como unidade de área.

I)  II)  III) 

a) Qual é a área de cada superfície? I) 6 lajotas. II) 42 lajotas. III) 32 lajotas.

b) Exprese por meio de uma multiplicação a área de cada superfície, considerando o número de fileiras verticais e horizontais que há em cada revestimento. I) (2×3) lajotas ou (3×2) lajotas. II) (6×7) lajotas ou (7×6) lajotas. III) (4×8) lajotas ou (8×4) lajotas.

O autor A1 propõe somente resoluções mediante a contagem de quadradinhos. Destacamos, apoiados em Duval (1994), que as figuras apresentadas em algumas atividades, além da mobilização da apreensão perceptiva, promovem a mobilização da apreensão operatória, caracterizada pelas reconfigurações de duas meias unidades para a composição de uma unidade inteira (um quadradinho). Essa mobilização conjunta das apreensões perceptiva e operatória é comum, pois ambas possuem as mesmas leis e parâmetros de organização que proporcionam o reconhecimento da figura. (Duval, 1994).

Entre as atividades, observamos que a construção de figuras em malhas quadriculadas é solicitada, promovendo também uma apreensão sequencial da figura, que exigirá uma organização por etapas orientadas pelos conceitos mobilizados em cada uma delas. Apesar do número reduzido de atividades, entendemos que é possível trabalhar a segunda etapa⁴ descrita por Clements e Stephan (2004).

⁴Construção e entendimento de uma estruturação matricial de uma superfície retangular. (Clements & Stephan, 2004)

É importante destacar que ambos os autores apresentam, ao longo das sequências, atividades que mostram figuras construídas em malhas quadriculadas e abordam a ideia de figuras equivalentes, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF04MA21⁵ proposta pela BNCC (2018) para o quarto ano de Ensino Fundamental.

Ao analisarmos os volumes do quinto ano, observamos que a utilização da malha quadriculada é novamente ressaltada. O autor A1 retoma e reforça o trabalho com as unidades não padronizadas, seguido de uma proposta que envolve as padronizadas, enquanto o autor A2 introduz o uso das unidades padronizadas.

Segundo o autor A1, a sequência de atividades foi organizada de forma a conduzir os estudantes ao cálculo de área de regiões retangulares utilizando o processo multiplicativo (comprimento x largura). Essa sequência busca reforçar o cálculo de área utilizando as unidades padronizadas (cm^2 e m^2) e, ainda, relacioná-las com a superfície de um quadradinho. O estudo do cálculo de área de superfícies retangulares é iniciado mediante o produto de suas dimensões associado à contagem dos quadradinhos do recobrimento. O autor também propõe uma atividade que discute o cálculo da área de regiões determinadas por triângulos retângulos, que se associa à metade da medida da área da superfície de uma região retangular, por meio da mobilização conjunta das apreensões perceptiva, discursiva e operatória, além do conceito de congruência, de forma intuitiva.

Assim como no volume do quarto ano, destacamos que algumas atividades propostas para o quinto ano, além de propiciar imediatamente uma apreensão perceptiva com o reconhecimento da unidade utilizada e da figura representada no plano, podem demandar uma apreensão operatória. Isso ocorre por meio da realização das modificações mereológica e posicional, relacionadas às possibilidades de reunir duas metades, levando à compreensão da composição de um quadradinho para poder determinar a medida da área como proposta na atividade da Figura 4.

⁵ “(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.” (Brasil, 2018, p.293).

Figura 4

Atividade envolvendo decomposição e reconfiguração da unidade. (Autor 1, 5º ano, 2020, p. 334)



O autor A2 propõe uma sequência de atividades que introduz e potencializa o uso das unidades padronizadas no cálculo de área de figuras planas apresentando figuras contidas em malhas quadriculadas. Apesar de já ter abordado o cálculo de área da região retangular por meio do produto de suas dimensões no volume do quarto ano, verificamos que, no livro do quinto ano, o autor apresenta somente uma atividade que pode levar o aluno a utilizar diretamente essa ideia, possibilitando o desenvolvimento das resoluções das demais atividades por meio tanto de contagens de quadradinhos quanto do processo multiplicativo.

As habilidades EF05MA19⁶ e EF05MA20⁷, indicadas pela BNCC (Brasil, 2018) para o quinto ano do Ensino Fundamental, podem ser desenvolvidas em diferentes momentos ao longo das sequências de atividades apresentadas pelos dois autores. Propostas que possibilitam a discussão sobre o cálculo de área e de perímetro são encontradas tanto nos volumes do quarto quanto nos do quinto ano. Quando esses cálculos não são abordados diretamente no enunciado apresentado, a comparação é sugerida no material de

⁶ “(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.” (Brasil, 2018, p. 297).

⁷ “(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.” (Brasil, 2018, p. 297).

apoio ao professor por meio da apreensão sequencial, com a reprodução de figuras utilizando a malha quadriculada como ferramenta de construção.

As coleções voltadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam um ensino de área da superfície de figuras planas que ressalta a importância do uso da malha quadriculada e pode propiciar a mobilização das apreensões figurais, especialmente a perceptiva e a operatória, na formação do conhecimento, assim como o desenvolvimento das quatro etapas descritas por Clements e Stephan (2004). Entretanto, acreditamos que mais atividades deveriam ser propostas para os alunos do quinto ano, com o intuito de desenvolver a terceira⁸ e a quarta⁹ etapa, e, assim, possibilitar (ou conduzir a) um entendimento mais consolidado do cálculo de área da região retangular.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino do conceito e do cálculo de área da superfície de figuras planas é desenvolvido a partir do sexto ano. Para tanto, ambos os autores buscam ressaltar o cálculo de área das principais figuras plana mediante o uso das fórmulas.

Nas duas coleções analisadas verificamos que a transição do cálculo de área por meio da contagem de quadradinhos para o processo multiplicativo é formalizada no início do capítulo do volume do sexto ano. Essa passagem ocorre em uma introdução que aborda a medida da área de uma região retangular com a superfície toda quadriculada, na qual é destacada, inicialmente, a quantidade de quadradinhos que recobre a superfície, para, assim, conduzir à percepção de que essa quantidade também pode ser obtida pelo produto das dimensões do retângulo dado (comprimento x largura). O desenvolvimento desse processo é indicado por meio de uma mobilização conjunta das apreensões perceptiva e discursiva da figura, com a identificação da superfície e da unidade medida, e com a articulação entre as propriedades matemáticas existentes e a figura apresentada. Também podemos observar que

⁸ Conduzir à percepção de que o comprimento das dimensões de um retângulo pode determinar a quantidade de unidade em cada linha e o número de linhas da estruturação. (Clements & Stephan, 2004).

⁹ Desenvolver a compreensão que ao multiplicar as dimensões da região retangular, determina-se o número de unidades que recobre a superfície. (Clements & Stephan, 2004)

essa abordagem contempla duas¹⁰ das etapas descritas por Clements e Stephan (2004) – 1ª e 4ª.

O autor A1 retoma, inicialmente, a ideia de área, no volume do sexto ano, apresentando algumas atividades similares às propostas nos volumes dos anos iniciais. Reforça, assim, a importância do uso da malha quadriculada para a compreensão desse conceito, além de ampliar o estudo com as unidades padronizadas de medida de área e suas transformações. Já o autor A2 pouco utiliza a malha quadriculada no volume do sexto ano e inicia o tópico abordando o significado de superfície e de área para, em seguida, aprofundar o estudo das unidades padronizadas de área, aprimorando as transformações entre elas.

A transição para o cálculo de área utilizando fórmulas é iniciada com a introdução do cálculo de área da região retangular e quadrada, seguida da área do paralelogramo e do triângulo. No entanto, o autor A2 amplia o estudo apresentando as fórmulas da área do losango, do trapézio e do círculo. Verificamos que a mobilização da apreensão operatória é enfatizada na introdução dessas fórmulas, e faz uso principalmente da apreensão operatória, que permite realizar as modificações mereológica e posicional que ocorrem por meio de reconfigurações das figuras que conduzem ao cálculo da área de uma região retangular, conforme apresenta a Figura 5. Observamos ainda a utilização informal da congruência ou preservação da área quando as figuras são congruentes.

Para o desenvolvimento dessas introduções, observamos que a apreensão perceptiva e a discursiva também são essenciais, pois, por meio delas, são identificadas algumas propriedades, inerentes a cada figura, que permitem a condução das possíveis modificações. Entretanto, as atividades propostas ao longo do capítulo não favorecem tal prática, visto que, após cada fórmula apresentada, são abordadas pequenas sequências de atividades que visam simplesmente a sua aplicação, o que não possibilita um estudo com figuras mais complexas, que necessitam de alguma modificação para obter a medida da área solicitada.

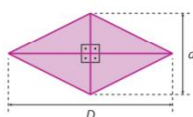
¹⁰ Primeira etapa: a análise de toda a superfície com o uso de uma unidade de medida adequada que recobre a figura sem lacunas ou sobreposições. (Clements & Stephan, 2004)

Figura 5

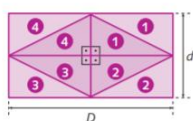
Introdução da área do losango por meio decomposição e recomposição.
(Autor 2, 6º ano, 2019, p.336)

● Área do losango

Considere um losango com diagonal maior de medida D e diagonal menor de medida d .



Transformando o losango em um retângulo, temos:



Observe que a área de um losango cujas medidas das diagonais são D e d é igual à metade da área do retângulo cujas medidas da base e da altura são, respectivamente, D e d .

Portanto, a área de um losango com diagonal maior de medida D e diagonal menor com medida d é dada por:

$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Entendemos que o processo de reconfiguração de uma figura é de fundamental importância para a compreensão das fórmulas para o cálculo de área de figuras planas, uma vez entendida a fórmula de área da região retangular é por meio de decomposições e recomposições que se justificam obtenção das fórmulas para a área das demais figuras planas.

Para esse nível de escolaridade, a BNCC sugere o desenvolvimento de duas habilidades, EF06MA24¹¹ e EF06MA29¹² (Brasil, 2018). Ambos os autores ressaltam que a habilidade EF06MA24 é explorada enfatizando a

¹¹ “(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.” (Brasil, 2018, p.303).

¹² “(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.” (Brasil, 2018, p.303).

resolução de problemas que envolvam o cálculo de área de superfícies de figuras planas ou de atividades que busquem utilizar situações cotidianas em seus enunciados. Para a habilidade EF06MA29, o autor A1 propõe uma atividade que apresenta uma figura contida em uma malha quadriculada e sugere que os alunos concluam “que a medida de área de uma região quadrada não é proporcional à medida de comprimento do lado da região” (Manual do professor, autor A1, 6º ano, p. 279). O autor A2 indica, no manual do professor, que pretende que essa habilidade seja desenvolvida quando se trata da unidade comprimento, abordando a ideia de que o perímetro de uma região quadrada é proporcional à medida do lado. Entretanto, ao analisarmos as atividades propostas, não encontramos tal discussão.

Entendemos que as sequências de atividades propostas pelos autores para o volume do sexto ano podem não favorecer ao estudante uma compreensão significativa do porquê de o produto das duas dimensões de uma região retangular determinar a medida de sua superfície. Como verificamos nos livros dos anos iniciais, o cálculo é introduzido de forma precoce e, nos livros do sexto ano, assim que é abordada a fórmula da área da região retangular, as atividades são organizadas para potencializar o exercício do cálculo de área por meio das fórmulas estudadas. Por esses motivos, ressaltamos, novamente, que mais atividades poderiam ser propostas antes dessa transição, de forma a explorar melhor cada uma das etapas sugeridas por Clements e Stephan (2004) antes de formalizar o processo por meio de aplicação de fórmulas.

Na análise dos volumes do sétimo ano, verificamos que as sequências de atividades expostas pelos dois autores foram desenvolvidas de forma que possibilitassem o desenvolvimento das habilidades matemáticas sugeridas pela BNCC (Brasil, 2018) para o ano. Acreditamos que o propósito da aquisição da habilidade EF07MA32¹³ norteou todo o processo delineado, assim como o desenvolvimento da habilidade EF07MA31¹⁴. No entanto, entendemos que a sequência proposta no volume do sexto ano já busca o desenvolvimento dessa habilidade.

O autor A1, inicialmente, aborda três tópicos: a medida aproximada de área de figuras com contornos diversificados, a relação entre a medida de área

¹³ “(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.” (Brasil, 2018, p.309).

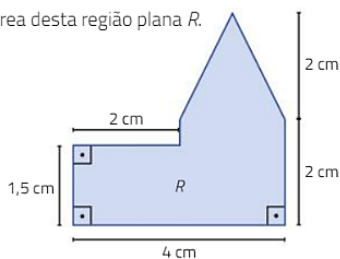
¹⁴ “(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.” (Brasil, 2018, p.309).

e de perímetro e a equivalência de áreas. Evidenciamos que, para a aproximação da área, são utilizadas figuras contidas em malhas quadriculadas, tanto nas introduções quanto nas atividades propostas, o que não é observado nos dois últimos tópicos. Neles, o autor, primeiro, retoma as explicações das fórmulas de área da região retangular, quadrada, triangular e limitada por um paralelogramo, estudadas no ano anterior e, em seguida, aborda a discussão sobre calcular a medida da área de figuras planas decompondo-as em outras figuras mais simples que possibilitem realizar a resolução utilizando os cálculos das áreas das figuras da decomposição, como retratado na Figura 6.

Figure 6

Introdução do cálculo de área mediante decomposição e composição de figuras poligonais. (Autor A1, 7º ano, 2019, p.289)

Vamos determinar a medida de área desta região plana R .



Solução

Podemos decompor a região R em 3 regiões planas: uma quadrada, uma retangular e uma triangular. Assim, podemos determinar as medidas de área dessas regiões e somar os valores para obter a medida de área de R .

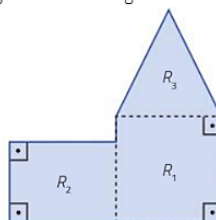
Medida de área da região quadrada R_1 : $2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$

Medida de área da região retangular R_2 : $2 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}^2$

Medida de área da região triangular R_3 : $\frac{2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}^2$

Medida de área total: $4 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$

Logo, a medida de área da região plana R é de 9 cm^2 .



Observamos que a possibilidade de mobilização das apreensões perceptiva, discursiva e operatória é novamente presente, proporcionando discussões que podem conduzir à compreensão da equivalência de áreas. Apesar de encontrarmos uma abordagem mais aprofundada em relação à reconfiguração de figuras planas, acreditamos que seria essencial propor mais atividades que promovessem essa prática, uma vez que poucas favorecem a análise, por parte do estudante, por meio da qual ele consiga desenvolver meios

para realizar as possíveis modificações. Esse fato pode contribuir para um dos problemas no ensino de área de figuras planas descritos por Clements & Stephan (2004): a dificuldade de o aluno entender a conservação da medida da área ao decompor e recompor partes de uma figura.

Ambos os autores dos volumes analisados abordam, no tomo do sétimo ano, a equivalência de áreas por meio de atividades que reforçam o uso das fórmulas já estudadas e o cálculo aproximado da área de uma região irregular utilizando a malha quadriculada. Isso nos leva a destacar a importância dessa ferramenta para o cálculo de área ao longo de todo o ensino, sendo essencial, para o entendimento do conceito, para a compreensão da equivalência entre as figuras, para a dedução das fórmulas das áreas e para o aprofundamento nos diferentes níveis.

A sequência proposta pelos autores no volume do oitavo ano reforça todos os tópicos já discutidos ao longo dos anos anteriores, com explicações que retomam a composição e a aplicação das fórmulas de área das regiões retangulares, quadradas, triangulares e limitadas por paralelogramos. Somente nesse volume, o autor A1 introduz e formaliza o uso da fórmula para o cálculo de área do losango, do trapézio e das regiões circulares, enquanto o autor A2 trata dessas fórmulas desde o volume do sexto ano.

Verificamos que o autor A1 busca apresentar diferentes recursos para justificar e conduzir o entendimento do cálculo da área da superfície do círculo. Inicialmente, ele apresenta situações que promovem o cálculo por meio de aproximação, utilizando a malha quadriculada ou reestruturas que possibilitam aplicar o Método da Exaustão, porém sem explicitar o nome do método. Na Figura 7, podemos observar que, para desenvolver a resolução de uma das atividades que utiliza a ideia da área aproximada, o uso da apreensão perceptiva é fundamental.

Acreditamos que o autor inicia a explicação por esse processo para consolidar as discussões apresentadas ao longo dos volumes anteriores e, assim, desenvolver caminhos para justificar a fórmula. O autor aborda também uma situação em que a superfície do círculo é modificada mereologicamente em setores circulares congruentes, por meio da mobilização da apreensão operatória, e utiliza a apreensão perceptiva para relacionar a área da região reconfigurada com a área de um paralelogramo. O autor A2 aborda a fórmula de área do círculo somente pela decomposição como podemos observar na Figura 8, pois esse processo já havia sido apresentado no volume do sexto ano.

Figura 7

Área do círculo por aproximação. (Autor 1, 8º ano, 2019, p. 175)

- 26 ▶ Usando o círculo e as medidas de área dadas, verifique se, para um círculo de raio de medida de comprimento 3 u, a medida de área aproximada do círculo fica próxima de $3^2 \cdot 3,1 \text{ u}^2$.

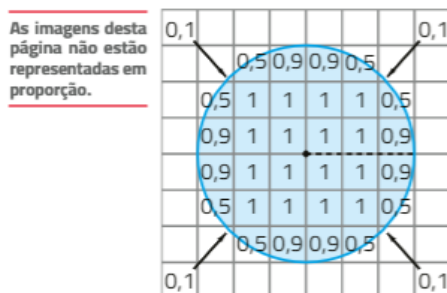
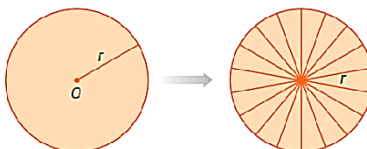


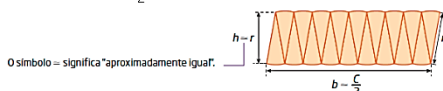
Figura 8

Área do círculo por decomposição. (Autor A2, 8º ano, 2019, p. 162)

Considere o círculo de centro O e raio de medida r . Podemos dividir esse círculo em 18 setores circulares congruentes. Veja as figuras abaixo.



É possível reagrupar esses setores em uma figura que lembre um paralelogramo com altura de medida h , aproximadamente igual a r , e base b de medida aproximadamente igual a $\frac{C}{2}$, em que C é o comprimento da circunferência.



Ao dividir qualquer círculo em n setores, sendo n um número muito grande, cada um dos setores circulares se aproxima do formato de um triângulo. Nesse caso, verificamos que a área do círculo corresponde aproximadamente à área do paralelogramo formado pelos n triângulos. Como a medida da base do paralelogramo é aproximadamente igual à metade do comprimento da circunferência e a altura é aproximadamente igual à medida do raio, podemos escrever:

$$A \approx \frac{2\pi r}{2} \cdot r$$

Tomando por base essa ideia, pode-se inferir que:

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$$

Observamos que os tópicos abordados no volume do oitavo ano podem promover a aquisição da habilidade EF08MA19¹⁵, visto que muitas das atividades propostas são descritas por meio de situações-problema e possibilitam a prática do cálculo.

O autor A1 finaliza o volume do oitavo ano com uma pequena sequência de atividades que aborda a planificação de sólidos geométricos para a obtenção da medida da área da superfície lateral. No material do nono ano, apresenta uma discussão do cálculo de área de figuras poligonais contidas no plano cartesiano, no qual é mobilizado em conjunto as apreensões perceptiva e discursiva com a identificação da figura e articulação das informações presentes que podem auxiliar o desenvolvimento da resolução, como podemos observar na Figura 9. Já o autor A2, no volume do nono ano, não propõem nenhum tópico que aborda diretamente o ensino do cálculo de área.

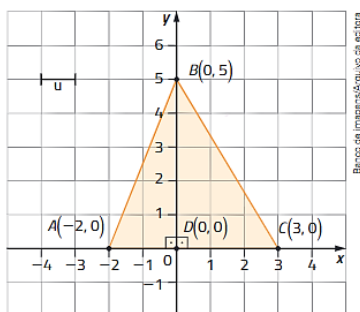
Verificamos que, para o ensino de área da superfície de figuras planas, ambos os autores analisados buscam, inicialmente, desenvolver o entendimento do conceito de área e sua medida por meio de atividades que utilizam figuras com superfícies quadriculadas ou contidas em malhas. Dessa forma, eles favorecem a assimilação do cálculo de área com a contagem de quadradinhos para, assim, levar a percepção do cálculo de área da região retangular ao processo multiplicativo que resulta no número de quadradinhos que compõem a superfície da figura. A transição do cálculo de área mediante a contagem de quadradinhos para o uso de fórmulas ocorre nos volumes do sexto ano do Ensino Fundamental. A partir desse momento, é enfatizado um ensino que busca reforçar o uso das fórmulas de áreas das principais figuras planas. Nessa perspectiva, os autores introduzem cada fórmula por meio de reconfigurações, recorrendo a decomposições das figuras em regiões retangulares ou triangulares para chegar às fórmulas e justificá-las. A malha quadriculada é retomada ao final do estudo de áreas para introduzir a discussão que pode conduzir, posteriormente, à definição geral de área por meio de aproximações numéricas ou por exaustão.

¹⁵ “(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.” (Brasil, 2018, p.315).

Figura 9

Medida de área de uma região poligonal cujos vértices são pontos do plano cartesiano. (Autor 1, 9º ano, 2019, p. 242)

Agora vamos calcular a medida de perímetro e a medida de área desta região triangular ABC usando a unidade de medida de comprimento u indicada.



O $\triangle ABC$ é retângulo: $[d(A, B)]^2 = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29 \Rightarrow d(A, B) = \sqrt{29}$

O $\triangle BDC$ é retângulo: $[d(B, C)]^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \Rightarrow d(B, C) = \sqrt{34}$

Medida de comprimento da base do $\triangle ABC$: $d(A, C) = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$

Medida de comprimento da altura do $\triangle ABC$: $d(B, D) = 5 - 0 = 5$

Medida de perímetro do $\triangle ABC$: $d(A, C) + d(A, B) + d(D, C) = 5 + \sqrt{29} + \sqrt{34} \approx 5 + 4,9 + 5,8 = 15,7$

Medida de área do $\triangle ABC$: $\frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$

Portanto, a medida de perímetro do $\triangle ABC$ é de, aproximadamente, 15,7 u , e a medida de área é de 12,5 u^2 .

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Verificamos que as coleções analisadas introduzem o conceito de área de figuras planas no final dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com uma abordagem que visa o uso da malha quadriculada na identificação da unidade de medida e no cálculo mediante a contagem de quadradinhos. A mudança de abordagem ocorre de fato nos tomos do sexto ano, nos quais ambos os autores apresentam a transição dessa ferramenta para o cálculo de área por meio da aplicação de fórmulas, propondo sequências de atividades desvinculadas do quadriculado para, assim, haver uma exploração do uso das fórmulas.

A introdução de cada fórmula é apresentada mediante decomposições e composições em regiões retangulares ou triangulares. Entretanto, poucas

atividades proporcionam o desenvolvimento dessas possíveis reconfigurações por parte dos estudantes. Volta-se à malha quadriculada nos exemplos de cálculo aproximado da área de figuras não poligonais, uma iniciativa para a construção da função área do ponto de vista mais geral.

A mobilização da apreensão perceptiva é encontrada ao longo de todas as atividades, pois identificamos que o reconhecimento do formato das figuras e da unidade de medida a ser utilizada é imediato na obtenção de uma solução. A apreensão operatória também é encontrada nos volumes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em atividades que necessitam de modificações mereológica e/ou posicional da unidade de medida não padronizada, reconfigurando metades de quadradinhos para compor uma unidade. Nos anos finais do Ensino Fundamental, essa apreensão está presente nas deduções de cada fórmula apresentada, assim como a apreensão discursiva, que também é potencializada nesse nível articulando as propriedades matemáticas existentes com as reconfigurações desenvolvidas. A apreensão sequencial poderá ser mais mobilizada nas atividades propostas nos volumes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nas reproduções ou construções de figuras que utilizam a malha quadriculada como ferramenta de construção.

Como Duval (2004), entendemos que o uso das representações figurais poderá favorecer um verdadeiro aprendizado se cada uma das quatro apreensões for considerada no desenvolvimento do ensino de um conceito. Acreditamos que para o ensino da área de superfícies de figuras planas as apreensões perceptiva, discursiva e sequencial são fundamentais para o entendimento do conceito, assim como a apreensão operatória que possibilita uma rica compreensão do cálculo da área, consolidando o entendimento da equivalência de área de figuras com formatos diferentes e, por esse motivo, os autores deveriam propor mais atividades que proporcionassem o desenvolvimento dessas apreensões.

Ao longo de nossa pesquisa, tendo em vista a análise de Imafuku (2019), que considerou coleções anteriores à BNCC (Brasil, 2018), verificamos que a seriação dos tópicos relativos ao ensino de área de superfície foi reorganizada conforme as indicações da BNCC (Brasil, 2018). No entanto, mesmo organizados em volumes diferentes, não ocorrem mudanças significativas na abordagem, porque os conteúdos permanecem praticamente inalterados. Uma modificação observada é um crescimento da possibilidade de mobilização da apreensão sequencial nas novas versões para os anos iniciais, pois os autores passaram a propor discussões a partir da construção de novas figuras na malha quadriculada. Verificamos que, em algumas reformulações,

voltadas aos anos finais do Ensino Fundamental, busca-se dar maior destaque à reconfiguração ao introduzir tópicos que abordam o cálculo da área de figuras planas por meio da decomposição das figuras. Tal destaque é proposto uma vez que uso da malha quadriculada favorece o trabalho com importantes aspectos do ensino de área de figuras planas ao longo de todos os anos, conduzindo a compreensão do cálculo da área da região retangular, auxiliando o processo de reconfiguração, construindo a ideia de equivalência e o entendimento do cálculo de área por aproximação.

Com base em nossa análise, consideramos que o ensino de área da superfície de figuras planas que vem sendo proposto nos textos examinados ao longo do Ensino Fundamental, necessita de um percurso que valorize o entendimento do cálculo de área por meio da contagem de quadradinhos. É preciso que ele leve à percepção da estrutura utilizada na determinação da área mediante o cálculo numérico e possibilite, na transição do uso da malha quadriculada para as fórmulas, a utilização e familiarização com os processos de reconfiguração. Com isso, é destacada e preservada a equivalência entre as figuras e, por consequência, é possibilitada uma abordagem que conduza à compreensão das fórmulas e de seus usos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

D.B.S.I. teve participação ativa no desenvolvimento do texto para a concepção, a análise e a interpretação dos dados e os autores M.E.E.L.G. e A.F.G.S. contribuíram para o desenvolvimento do texto para a concepção, a análise e a interpretação dos dados para a revisão final.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo estão disponíveis em coleções de livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Os exemplares podem ser acessados em:

<https://www.edocente.com.br/pnld/2020>,
<https://www.edocente.com.br/pnld/2019>,
<https://pnldf1.moderna.com.br/matematica> e
<https://pnld.moderna.com.br/fundamental-2/matematica/>

REFERENCIAS

- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trad.). Edições 70.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular – BNCC: Educação é a Base*.
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf
- Brasil. Ministério da Educação (2015). *Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: Ensino Fundamental anos iniciais*. <http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/7027-escolha-pnld-2016>
- Brasil. Ministério da Educação. (2016). *PNLD 2017: Matemática – Ensino Fundamental anos finais*.
<http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/8813-guia-pnld-2017>
- Brasil. . Ministério da Educação. (2018). *Guia de livros didáticos: PNLD 2019: Ensino Fundamental Anos Iniciais*.
https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2019/componente-curricular/matematica
- Brasil. Ministério da Educação. (2019). *Guia de livros didáticos: PNLD 2020: Ensino Fundamental Anos Finais*.
https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica
- Cavanagh, M. (2008). Area Measurement in Year 7. *Reflections*, 33(1), (pp. 55-58).
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: D. H. Clements, J. Sarama, & A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics*. (pp.299-317). Lawrence Erlbaum.

- Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche geometric. *Repères - IREM*, 17, 121-138.
- Facco, S. R. (2003). *Conceito de área: uma proposta de ensino aprendizagem*. (Dissertação Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Gil, A. C. (2002). *Como elaborar um projeto de pesquisa* (4a ed.). Atlas.
- Imafuku, D. B. S. (2019). *O Ensino de área de figuras planas nos livros didáticos na transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental*. (Dissertação Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.