



Ensino de Geometria nos Anos Iniciais: História que Incita Reflexões Sobre a Atualidade

Maria Cristina Araújo de Oliveira ^a
Reginaldo Fernando Carneiro ^{a,b}

^a Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Juiz de Fora, MG, Brasil.

^b Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação, Juiz de Fora, MG, Brasil.

Recebido para publicação 18 mar. 2022. Aceito após revisão 12 dez. 2022
Editor designado: Thiago Pedro Pinto

RESUMO

Contexto: A geometria parece causar alguma estranheza e resistência quando presente na educação das crianças, ao longo do tempo, e faz pensar que tal característica não seja exclusiva do ensino primário ou dos anos iniciais. **Objetivo:** analisar historicamente dois discursos que integram propostas para o ensino de geometria, presentes em documentos e programas da atualidade, especialmente, a *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) e o *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* (PNAIC): a relação plano-espaço e a proeminência da observação, da manipulação, da comparação e da visualização para aprender geometria. **Design:** A partir de temas para o ensino de geometria, discutem-se propostas para o ensino de geometria nos anos iniciais e as relações históricas que podem se estabelecer acerca delas. **Cenário e Participantes:** documentos e programas da atualidade que integram propostas para o ensino de geometria nos anos iniciais. **Coleta e análise de dados:** Considerando resultados obtidos no âmbito de projetos de pesquisa acerca do ensino de geometria em perspectiva histórica, situados no campo da História da educação matemática e, também, nos estudos sobre a BNCC e o PNAIC, procedemos a nova elaboração analítica. **Resultados:** São evidenciadas propostas para o ensino de geometria que perduram por muitas gerações, mesmo tendo objetivos e finalidades distintas em cada época. Também se verificam a observação, a manipulação e a comparação como estratégias para o ensino desse tema que perduram ao longo do tempo. **Conclusões:** O diálogo entre problemáticas do ensino de geometria e sua história possibilita construir uma compreensão mais ampla das dificuldades e elaborar propostas que possam levar em conta os conhecimentos já produzidos.

Palavras-chave: geometria; história da educação matemática; BNCC; PNAIC; anos iniciais.

Autor correspondente: Maria Cristina Araújo de Oliveira. E-mail:
cristina.oliveira@ufjf.br

Geometry Teaching in the Early Years: History that Encourages Reflections on the Present

ABSTRACT

Background: Geometry seems to cause some strangeness and resistance when present in children's education over time and suggests that this characteristic is not exclusive to primary education or the initial years. **Objective:** To historically analyse two discourses that integrate proposals for teaching geometry present in current documents and programs, especially the *National Common Curricular Base* (BNCC) and the *National Pact for Literacy at the Right Age* (PNAIC): the plane-space relationship and the prominence of observation, manipulation, comparison, and visualization in learning geometry. **Design:** Based on themes for teaching geometry, proposals for teaching geometry in the early years and the historical relationships that can be established around them are discussed. **Settings and Participants:** current documents and programs that integrate proposals for teaching geometry in the early years. **Data collection and analysis:** Considering results obtained within the scope of research projects about the teaching of geometry in a historical perspective, located in the field of History of Mathematics Education and also in studies on the BNCC and the PNAIC, we proceeded with a new analytical elaboration. **Results:** Proposals for teaching geometry that last for many generations are highlighted, even with different objectives and purposes in each era. Observation, manipulation and comparison are also verified as strategies for teaching this theme that last over time. **Conclusions:** The dialogue between geometry teaching issues and its history of this teaching makes it possible to build a broader understanding of the difficulties and to elaborate proposals that can take into account the knowledge already produced.

Keywords: geometry; history of mathematics education; BNCC; PNAIC; early years.

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da geometria nos anos iniciais têm sido discutidos há tempos, da mesma forma que muitos temas relacionados à abordagem de conceitos geométricos nesse nível de ensino têm sido pesquisados.

A partir de questionamentos atuais sobre o ensino de geometria, tais como: Como a geometria é ensinada, atualmente, nos anos iniciais? Quais são os conceitos e os conteúdos geométricos abordados? Quais estratégias metodológicas são utilizadas? E de outros, relacionados à forma como essa área da matemática já foi abordada nas escolas: Seria a geometria um conhecimento útil para os estudantes? Em quais níveis de ensino? Quais aspectos da história do ensino de geometria se mantêm e quais não?,

analisamos dimensões históricas do ensino de geometria que incitam reflexões sobre sua atualidade.

A entrada da geometria na cultura escolar brasileira está associada ao seu caráter abstrato, à relação entre a dedução em geometria e ao desenvolvimento do raciocínio lógico, e parece ter sido determinante para que essa matéria integrasse os exames parcelados¹ exigidos para o acesso aos primeiros cursos jurídicos no Brasil, criados em 1827 (Valente, 1999).

Para o ensino primário, contudo, no mesmo período, foi a geometria prática que, juntamente com a tríade “ler, escrever e contar”, compôs o currículo (Valente, 2012). O caráter prático da geometria, evidenciado nesse contexto pelo desenho das formas geométricas, “liga-se a bases a serem adquiridas na escola, para o exercício de ofícios profissionais: seja na agrimensura, seja no trabalho com o desenho, presente, como menciona Francoeur, numa ampla gama de atividades do mundo do trabalho” (p. 91).

A partir dessas constatações, temos como objetivo analisar historicamente dois discursos que integram propostas para o ensino de geometria, presentes em documentos e programas da atualidade, especialmente, a *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) e o *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* (PNAIC): a relação plano-espaço e a proeminência da observação, da manipulação, da comparação e da visualização para aprender geometria.

Considerando resultados obtidos no âmbito de projetos de pesquisa acerca do ensino de geometria em perspectiva histórica, situados no campo da História da educação matemática e também nos estudos sobre BNCC e o PNAIC, procedemos a nova elaboração analítica. Tomamos como hipótese de trabalho a permanência de aspectos do processo de ensino de geometria até os dias atuais, ao menos nas proposições de documentos oficiais tais como a BNCC. Em decorrência, construímos uma nova representação sobre o ensino de geometria nos anos iniciais, ao longo do tempo, problematizando os dois aspectos anteriormente mencionados. Tal representação contribuiu para o exercício de desnaturalização de propostas oficiais da atualidade para o ensino de geometria.

¹ Os exames parcelados eram provas aplicadas pelas faculdades de ensino superior, que tratavam de disciplinas específicas do ensino secundário selecionadas de acordo com a área – direito, engenharia ou medicina –, cuja aprovação no conjunto específico da área permitia o acesso ao ensino superior sem a necessidade de conclusão e certificação do ensino secundário.

DESNATURALIZANDO A TRAJETÓRIA DO ESPAÇO PARA O PLANO

Há uma tendência, atualmente, que propõe que o ensino de geometria nos anos iniciais comece pela exploração do espaço em que as crianças estão imersas, que vai se ampliando à medida que elas conseguem desenvolver certas atividades.

Para Lorenzato (2011), baseado nas ideias de Piaget, as crianças começam a perceber o espaço a partir da imagem visual e, em seguida, conseguir pegar o que elas veem. Depois, conseguem fazer deslocamentos entre objetos e, por fim, percebem-se nesse espaço. Além disso, elas começam esse processo de exploração das relações espaciais a partir de noções de vizinhança, contorno, ordem, separação e continuidade.

Assim, “no espaço ao alcance da criança pode-se explorar tarefas geométricas de montar, desmontar, compor e decompor, construir e desconstruir. No espaço, mais amplo, alcançado pelo olhar, em desenhos ou em fotos, podemos nos movimentar, nos orientar e nos localizar” (Romanatto & Passos, 2011, pp. 25-26). Esse espaço não pode ser manipulado, mas representado a partir de desenhos, mapas, croquis etc.

Romanatto e Passos (2011) ainda destacam que é importante promover situações que permitam à criança a manipulação de objetos para que consiga se situar no espaço em relação às pessoas e aos objetos. Para isso, podem ser desenvolvidas atividades que trabalhem com as noções de dentro, fora, interior e exterior, que lhe possibilitarão aprender conceitos de em cima, embaixo, atrás, na frente, entre, dentro, fora, direita, esquerda etc.

O professor pode trabalhar com diversas atividades que abordem esses conceitos matemáticos, utilizando a própria sala de aula. Por exemplo, com questionamentos: o que está em cima da mesa? Perto da porta? Quem está sentado atrás de você? É importante que, nesse trabalho, o professor amplie as aprendizagens do estudante, evidenciando que, por exemplo, direita e esquerda dependem de qual referencial se adota.

É possível ainda trabalhar com a localização e a movimentação no espaço, solicitando às crianças que descrevam o caminho que devem realizar para ir de sua carteira até a mesa do professor, e ir ampliando: como ir até o banheiro e o caminho de sua casa até a escola. Ela pode representar esses caminhos por meio de desenhos.

Também pode abordar as figuras geométricas espaciais a partir do reconhecimento e da nomeação de seus elementos, como as faces e os vértices que, algumas vezes, nesse nível, chamam-se pontas. Como destacam Romanatto e Passos (2011), “ao desenhar o contorno de uma face de um cubo, será possível reconhecer que a figura plana que a define é um quadrado, e mais, que o cubo possui seis faces, todas iguais” (p. 26). Pode-se também pintar as faces do cubo e carimbar em uma folha para fazer esse reconhecimento de qual figura plana é composta essa figura espacial.

Além disso, pode ser realizado um trabalho com embalagens vazias, as quais o professor pede para as crianças não apenas separarem a partir de algum critério – como as que rolam e as que não rolam –, mas também abrirem essas embalagens para conseguir sua planificação.

O ensino de geometria deve ter como objetivo que a criança “passe do espaço vivenciado para o espaço pensado. No primeiro, a criança observa, manipula, decompõe, monta, enquanto no segundo ela operacionaliza, constrói um espaço interior fundamentado em raciocínio” (Lorenzato, 2011, p. 46). Dito de outra maneira, é a passagem do concreto para o abstrato. Essa perspectiva vem sendo abordada em programas de formação de professores e, também, em documentos oficiais.

No *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC* –, uma das ações do programa foi uma formação continuada de professores dos anos iniciais, que em 2014 focou a matemática. O Caderno 5² tratou, especificamente, de geometria, e dentre vários de seus objetivos estão:

Representar informalmente a posição de pessoas e objetos e dimensionar espaços por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas. Reconhecer seu próprio corpo como referencial de localização e deslocamento no espaço. Observar, manusear, estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos sem uso obrigatório de nomenclatura, reconhecendo corpos redondos e não redondos. Planificar modelos de sólidos geométricos e construir

² O material do PNAIC de matemática é constituído por 13 Cadernos, sendo um de apresentação, um de educação matemática na educação do campo, um de educação matemática inclusiva, dois de jogos e os restantes abordam os conceitos e conteúdos matemáticos trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

modelos de sólidos a partir de superfícies planificadas. (Brasil, 2014, pp. 5-6)

Interessante desses cadernos é que eles trouxeram relatos de experiência de professores que apresentavam atividades realizadas em sala de aula em sua prática pedagógica. Os textos que compõem o Caderno 5 trazem propostas de utilizar obras de arte, materiais manipuláveis, embalagens, jogos, mapas etc.

A *Base Nacional Comum Curricular* (Brasil, 2018) também parece defender essa proposta, pois dentre as diversas habilidades em geometria que as crianças precisam desenvolver, espera-se que:

Identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, *tablets* ou *smartphones*), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. (p. 272)

Além disso, nos anos iniciais também devem ser trabalhadas algumas transformações geométricas. No PNAIC, um dos objetivos do caderno que trata especificamente de geometria é o de conhecer as transformações geométricas – rotação, reflexão e translação – para criar composições como faixas, logomarcas e animações (Brasil, 2014). Contudo, não é indicado um ano escolar específico para o trabalho com esses conceitos.

Um dos capítulos, intitulado “Dimensão, Semelhança e Forma”, apresenta o que os autores compreendem por esses conceitos e como os relacionam com os significados dessas palavras no cotidiano e na matemática. Ademais, discute o significado de simetria, rotação e translação (Brasil, 2014).

Já a *Base Nacional Comum Curricular* apresenta habilidades relacionadas às transformações geométricas apenas no 4.º e 5.º anos. No 4.º ano, aborda a simetria de reflexão em figuras em geral (imagem de uma borboleta, por exemplo) e, também, em figuras planas a partir da utilização da malha quadriculada e de *softwares* de geometria. Já no 5.º ano, traz uma

habilidade relacionada à ampliação e à redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas, com o uso de tecnologias (Brasil, 2018).

Essa proposta justifica-se pela forma como a criança percebe o mundo a sua volta, começa a explorar o espaço em que vive e altera a maneira como, via de regra, quando aprendemos geometria, inicia-se pela abordagem de conceitos da geometria plana e, em seguida, trabalha-se com a geometria espacial.

Esse ensino de geometria a partir do plano está, por vezes, associado à maneira como se ensina essa área da matemática no Ensino Superior: parte-se dos axiomas de Euclides e constrói-se a geometria a partir dos conceitos primitivos de ponto, reta, plano e, assim, por diante.

Fonseca et al. (2011) discutem que abordar essas ideias em anos escolares iniciais está relacionado a um “estudo centrado na apresentação formal dos conteúdos em detrimento da exploração dos conceitos” (p. 22). Para Lorenzato (2011), se as crianças percebem o espaço inicialmente numa perspectiva topológica, iniciar o ensino de geometria a partir da axiomática euclidiana poderá causar dificuldades no processo de aprendizagem.

Assim, entendemos que, nesse nível de ensino, explorar os conceitos é muito mais importante do que trabalhar com a formalidade e o rigor matemático, que podem ser estudados em anos escolares posteriores.

Esse encaminhamento espaço-plano não foi sempre visto como o mais adequado para a iniciação das crianças no estudo das formas e da geometria em geral. No final do século XIX, período marcado por referências pedagógicas do método intuitivo³, coexistiam propostas que defendem os dois percursos: iniciar pelo estudo do plano, do ponto e, a partir dele, as linhas como reunião de pontos; e um percurso distinto, que iniciaria pelo estudo das figuras geométricas espaciais, combinando observação e o uso das mãos, num exercício de manipulação e de comparação.

As duas abordagens foram defendidas em uma publicação voltada aos professores, a revista pedagógica *A Eschola Pública*, em artigos publicados em 1896. A proposta defendida pelo professor Cardim (1896) era iniciar pelo ponto na lousa e progredir por meio de perguntas e respostas para o estudo

³ O método intuitivo afirma “a primazia da experiência sensível como ponto de partida para o conhecimento e para a representação do real” (Trouvé, 2008, p. 239, tradução nossa).

das linhas, a formulação da noção de dimensão e assim, progressivamente. “A observação dos desenhos do professor na lousa e os diálogos fomentados pelas perguntas do professor são a essência desse modelo de aula para o ensino de noções de geometria” (Oliveira et al., 2020, p. 143).

Já o professor Thompson (1896) recomendava que o primeiro contato dos alunos fosse com a esfera, que deveria ser comparada ao cubo. A comparação era vista como possibilidade de compreensão pela diferenciação. Os alunos deveriam ter a “sensação agradável ao envolver a ‘bola’ em suas mãos enquanto o mesmo não acontecerá com o cubo. Só então a partir dessa sensação e da observação de que a ‘bola’ rola e o cubo não, é que o sólido seria nomeado por esfera” (Oliveira et al., 2020, p. 143).

Em 1926, foi publicada a tradução de um manual destinado aos professores primários, intitulado *Metodologia de Geometria*⁴. Embora o autor apresentasse, inicialmente, uma discussão sobre duas perspectivas para ensinar geometria: a primeira, dos entes mais abstratos como ponto e linha, para os sólidos e superfícies; e a segunda, começando pelos sólidos para posteriormente explorar pontos e linhas; opta-se na obra pela “segunda abordagem tomando como referência a ideia de que iniciar pelos sólidos e superfícies permitia ‘concretizar’ os entes geométricos, indicando o percurso também preconizado pelo método intuitivo do concreto para o abstrato” (Oliveira et al., 2020, p. 166).

Um personagem importante da educação brasileira, expoente da Escola Nova⁵, o professor Lourenço Filho, nas suas aulas de Metodologia da Geometria, entre 1922 e 1923, situava a geometria como a parte experimental da matemática, concluindo ser esta uma ciência de observação e de experiência que se iniciaria pelo estudo dos sólidos geométricos (Bastos & Cavalcante, 2011).

Podemos formular uma hipótese de predominância da proposta espaço-plano no início do século XX no Brasil, que se caracterizaria pela introdução ao estudo da geometria pelas figuras geométricas espaciais e

⁴ O manual foi escrito pelo pedagogo argentino Juan Patrascoiu, adepto das ideias de Herbart, e traduzido para o português pelo professor Osvaldo Pilotto. Mais detalhes podem ser encontrados em Camara e Pinto (2017).

⁵ Escola Nova foi um movimento internacional para a educação, que de maneira sintética colocava a criança no centro do processo educativo. Foi também marcado pela produção das ciências da educação, apoiadas nos conhecimentos estatísticos, biológicos, psicológicos, médico-pedagógicos.

somente em momento posterior, as figuras planas. Contudo, a análise realizada por Nascimento Silva (2018), de artigos contemplando saberes geométricos na *Revista do Ensino de Minas Gerais* entre 1925 e 1932, indica duas propostas diferentes: uma defende

a abordagem que podemos denominar euclidiana, quer dizer, o caminho do bidimensional para o tridimensional – das figuras planas para as espaciais, quanto o contrário; a partir do estudo das figuras espaciais, reconhecer e explorar as faces, contornos como figuras planas. (Oliveira, 2018, p. 182)

O Movimento da Matemática Moderna (MMM), que se disseminou no Brasil entre as décadas de 1960 e 1970, trouxe para a matemática escolar propostas que se baseavam, em alguma medida, em referências da matemática bourbakista e em estudos de Jean Piaget. Em *La Représentation de l'Espace chez l'Enfant*, obra publicada em 1947, Piaget aponta que a criança passa primeiro pelo estágio topológico e depois pelo euclidiano.

Assumindo a perspectiva topológica como a inicial para o ensino de Geometria, Zoltan Dienes se tornou uma referência importante no Brasil. Contudo,

a identificação e caracterização das formas planas e sólidas permaneceram herdeiras de propostas veiculadas desde o início do século XX. A alternância na ordem de abordar as formas, ora iniciando pelas espaciais, ora pelas planas, é justificada em cada época pelas vagas pedagógicas. Em tempos de MMM, formas planas antecedem formas espaciais. (Oliveira, 2018, p. 186)

A percepção do espaço pela criança, pensada a partir de referências piagetianas, presente ainda na atualidade, nos leva a indagar: como tal perspectiva teria reverberado em tempos passados? Como a epistemologia de Piaget transformou as propostas para o ensino de noções de geometria em tempos de Matemática Moderna?

O Guia para professores *Ensinando Matemática a Crianças*, publicado em 1963 pelo Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (Inep), destinava-se a professores, auxiliares e futuros professores do ensino primário. Na introdução da obra destaca-se que as orientações ali indicadas levavam em consideração “as condições psicológicas, as capacidades e interesses da criança e as conquistas da Psicologia da Aprendizagem” (Inep, 1963, p. XIII). Embora não haja referências explícitas à psicogênese de Piaget

ou mesmo a outras teorias da psicologia da aprendizagem, os conhecimentos advindos desse campo são frequentemente mobilizados na obra para fundamentar e orientar os professores quanto às atividades propostas. Constam da bibliografia consultada dois livros de Piaget: *A gênese de número na criança* (1950) e *A iniciação ao cálculo* (1956). Fazem parte também outros livros de psicologia infantil, nacionais e estrangeiros.

Figura 1

Excerto do Guia Ensinando Matemática a Crianças. (Inep, 1963, p. 52)

Há interesses básicos, próprios de cada idade, que o professor deverá conhecer para atingir com êxito a seus objetivos.

A criança de 7 anos é ativa, gosta de experiências novas e, principalmente, das que lhe permitem movimentar-se; por outro lado, aprecia trabalhos calmos, por exemplo, escrever, desenhar, recortar, e sente prazer em repeti-los várias vezes. (Assim, o ouvir uma narrativa, realizar um tipo de jogo ou exercício).

São motivos de atração, nesse período, os assuntos que se referem a animais, circo, jardim zoológico, histórias (de animais, da vida cotidiana, maravilhosas), brinquedos e jogos, dramatizações, cinema, teatrinhos, canções, desenho, pintura, festas. Demonstra ela também grande empenho por organizar álbuns e livrinhos, ornamentar a sala, construir casas, fazer coleções para utilizá-las nos momentos que desejar.

Partindo dessas preferências, várias atividades poderão ser desenvolvidas.

Nesse excerto são descritas possíveis atividades para crianças de 7 anos, levando em consideração aspectos psicológicos, fisiológicos e interesses para a idade.

No Programa de Matemática para o 1.º ano, dessa mesma obra, indicam-se noções de posição, distância, direção e sentido, que envolvem identificar o que está em cima, embaixo, à esquerda, à direita, dentro, fora, na frente, atrás, no meio, o seguinte, entre outras possibilidades. Já a distância deve implicar somente a comparação – mais perto ou mais longe –, sem a preocupação com a unidade de medida.

Nesse manual apresentam-se várias sugestões de atividades que possibilitariam unir os “Interesses infantis e seu aproveitamento na

aprendizagem da matemática”, título do capítulo III. Algumas das atividades sugeridas tratam da organização da sala de aula, da confecção de brinquedos, da organização de festas para comemorar datas especiais etc. A posição, a direção, o sentido e a distância são indicados como possibilidades de aprendizagem na realização dessas atividades. Por exemplo, os alunos cumpririam “ordens orais”, tais como “Apanhe o objeto que está em cima da mesa à direita. Ponha-o ao lado da jarra” (Inep, 1963, p. 72).

Almeida (2021), em sua análise, identifica nesse manual características do período da Escola Nova, pois ele tem na observação um importante recurso didático, utiliza a comparação como estratégia de ensino, propõe situações do dia a dia para utilização no contexto de ensino, o uso de objetos cotidianos para ensinar e trabalhos manuais como parte das atividades dos alunos. Surge então uma questão: o aprendizado de noções de localização no espaço aparece em propostas escolanovistas para o ensino de geometria?

Retomando algumas pesquisas já realizadas que tiveram como foco o ensino ou os saberes profissionais para ensinar geometria às crianças no período da Escola Nova, não encontramos indicações a esse respeito.

Na dissertação de Nascimento Silva (2018), que analisou os saberes profissionais para ensinar geometria a partir da *Revista do Ensino de Minas Gerais* no período de 1925 a 1932, não há referências à localização no espaço ou mesmo no plano, nem tampouco a noção de distância. A pesquisa de Cruz (2021), com manuais didáticos publicados na década de 1930, em que a autora buscou identificar saberes profissionais para ensinar geometria no primário, também não aponta atividades ou propostas envolvendo tais conceitos. Também a pesquisa de doutorado de Santos (2022), que teve como objetivo caracterizar a geometria do ensino no período da Escola Nova no estado de São Paulo, aponta que “os direcionamentos sobre a geometria atendiam a dois principais elementos: a observação por comparação e a ação do aluno como fios condutores” (p. 123). Tais direcionamentos estavam voltados ao ensino de temas de geometria plana (linhas, pontos, ângulos, diagonais, figuras e áreas) e de geometria espacial (estudo dos sólidos geométricos e suas composições), sem referências a questões relacionadas à localização no plano ou no espaço. Em Leme da Silva (2021), obra que sistematiza diversos resultados de projetos de pesquisa coordenados pela autora acerca do ensino de geometria no primário, também não constatamos a presença de referências ao estudo da localização no âmbito da geometria escolar.

Entretanto, encontramos referências ao ensino de termos de localização tais como direita, esquerda, embaixo, em cima, no *Regimento Interno das escolas públicas do estado de São Paulo*, de 1894, na matéria de geografia (São Paulo, 1894). Também em geografia, no *Programa de Ensino para os grupos escolares do estado de São Paulo* (São Paulo, 1918) há indicações semelhantes, mas com uma extensão para noções dos pontos cardeais e de localização mais abrangentes. Cabe a questão: o estudo de tais noções relacionadas à localização no espaço, no âmbito da geometria, teria sido incorporado a partir da geografia?

O estudo da geometria por transformações no plano – simetria, rotação, translação, homotetia, semelhança – foi uma das bandeiras do Movimento da Matemática Moderna, que na altura enfrentou alguma resistência na cultura escolar. Contudo, recebeu um tratamento diferenciado em publicações didáticas e iniciativas de ensino em caráter experimental, sobretudo para o equivalente aos atuais anos finais do ensino fundamental, nos estados da Bahia e do Paraná (Oliveira et al., 2011).

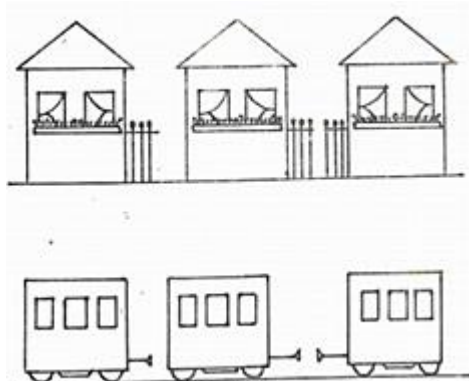
No ensino primário, embora fosse também apontada no ideário do MMM a exploração das transformações como mote para o estudo da congruência de figuras, da verificação de invariantes sob a movimentação no plano e no espaço, pouco se pode perceber da incorporação e apropriação de tais propostas a partir do exame de livros didáticos, manuais pedagógicos, artigos de revista da época. Almeida (2021) analisa a possível abordagem de translação e reflexão axial em atividades contidas na obra *Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária*, devido à ausência de enunciados acompanhando as figuras. “O manual traz diversos desenhos de objetos, animais, pessoas, figuras geométricas, que sugerem atividades envolvendo conjuntos, ordem crescente, maior e menor, adição e subtração, transformações geométricas, comparação e problemas” (p. 47).

As duas sequências na Figura 2 envolvem uma translação seguida de uma reflexão axial da imagem inicial.

Embora saibamos que a geometria por transformações foi defendida no período da Matemática Moderna, no Brasil ainda temos poucas pesquisas que enfocam as discussões e as apropriações brasileiras relativamente a esse tema no ensino primário, conforme apontam Silva et al. (2021).

Figura 2

Atividade de observação do deslocamento da figura. (Franchi & Libermanan, 1966, p. 71)



GEOMETRIA: CIÊNCIA DE OBSERVAÇÃO E EXPERIÊNCIA

O ensino de geometria nos anos iniciais deve abordar aspectos como a observação, a manipulação, a comparação e a visualização. Segundo Romanatto e Passos (2011), as atividades devem enfatizar “manipulação, exploração, percepção, comparação, conexão, classificação, construção, transformação e relação com um grande número de experiências que leve à descoberta do espaço” (p. 25). Ainda segundo os autores, esse trabalho pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade, da imaginação e do senso estético das crianças.

Uma atividade que pode ser trabalhada é aproveitar os objetos que estão na sala de aula ou na escola e fazer comparações com as figuras geométricas espaciais, ou seja, “relacionar figuras geométricas espaciais a objetos familiares do mundo físico” (Brasil, 2018, p. 279), que é uma habilidade presente na BNCC para o 1.º ano do ensino fundamental.

Essa observação do mundo ao seu redor e a comparação de objetos com as figuras espaciais podem auxiliar o estudante a se familiarizar com essas figuras e iniciar o reconhecimento de suas propriedades, como, por exemplo, qual figura plana forma os lados de uma espacial.

Nos primeiros anos de escolarização é importante que a criança manipule objetos que a ajudem a se situar no espaço em que vive, na relação com as pessoas e com os diferentes objetos.

Essa manipulação vai permitir-lhes reconhecer o interior e o exterior de um domínio limitado por uma linha ou por uma superfície fechada. Brincar dentro e fora de caixas (embalagens grandes) ou ficar dentro ou fora de um bambolê colocado no chão, por exemplo, são atividades que as colocam nesse movimento de reconhecer o interior e exterior. Seria interessante solicitar às crianças que fizessem uma coleção de objetos (trazidos de casa ou que a escola já possui) para poderem manipulá-los, enfileirá-los, entrar neles. Elas precisam experimentar recortar figuras e objetos que apareçam em revistas e reconhecer em que lugar se encontram no mundo real. (Romanatto & Passos, 2011, p. 26)

Outra atividade interessante já mencionada é a utilização de embalagens para propor que as crianças façam uma classificação delas a partir de algum critério que elas escolham, o que pode auxiliar no reconhecimento de propriedades – como as figuras espaciais que rolam e as que não rolam.

A observação, a manipulação e a comparação podem ser abordadas a partir de materiais manipuláveis como o Tangram, o Geoplano, o recorte de figuras geométricas de revistas, as figuras geométricas espaciais em madeira ou acrílico, as embalagens vazias, entre outros.

Esses materiais podem também ajudar na visualização, uma vez que desenhar na lousa – que é bidimensional – as figuras espaciais, que são tridimensionais, pode dificultar a identificação da figura ou de suas propriedades, principalmente, porque ela é desenhada em perspectiva e algumas faces, arestas e vértices estarão “escondidos”.

Para trabalhar com essa passagem do plano para o tridimensional, podem ser propostas atividades em que se apresentem desenhos aos alunos e se solicite que construam esses desenhos com varetas, como apresentado por Nacarato e Passos (2003). Baseadas nas ideias de Bishop (1979), Nacarato e Passos ponderam que reconhecer a representação plana de objetos tridimensionais não é evidente para qualquer pessoa e “sua leitura exige o reconhecimento de alguns elementos essenciais, estruturais e particulares do objeto, ou seja, requer a presença de sua imagem mental” (p. 49).

A planificação das figuras geométricas tridimensionais, além de trabalhar com o aspecto bidimensional da figura e auxiliar na identificação das figuras planas que formam suas faces, pode ajudar no reconhecimento de seus elementos, como a quantidade de faces e de arestas. Esse trabalho é apontado como importante pela BNCC, assim como a associação das figuras tridimensionais às suas planificações e vice-versa (Brasil, 2018).

O trabalho com as figuras geométricas planas, via de regra, ocorre abordando o reconhecimento das diferentes figuras, seus elementos – lado, vértice e ângulo – e suas propriedades.

Uma questão interessante a se discutir refere-se à posição em que essas figuras são apresentadas em livros didáticos e, também, pelo professor: normalmente são desenhadas com um lado paralelo à linha do caderno ou à margem da folha. Um exemplo clássico é desenhar o quadrado como na primeira imagem da Figura 3, o que fará com que o aluno não identifique a segunda como um quadrado, mas somente como um losango. O mesmo pode acontecer com o triângulo, que pode ser apresentado sempre com um dos lados paralelos à margem da folha.

Figura 3

Quadrados em diferentes posições.



Lorenzato (2015) discute que é comum iniciar o estudo de geometria destacando o que é constante, permanente e fixo, como, por exemplo, a posição da figura apresentada frontalmente, o que, para as crianças, revela propriedades aceitáveis. O autor questiona que “esse tipo de ensino limitado causará dificuldades para a identificação da altura dos triângulos quando estes não estiverem com a base na horizontal” (p. 12).

Por isso mesmo, a BNCC indica como uma de suas diversas habilidades a de “identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos” (Brasil, 2018, p. 279).

Além disso, quando as figuras geométricas planas são apresentadas em diferentes posições no plano, estamos trabalhando com o aspecto figural. Pautadas nas ideias de Fischbein (1993), Nacarato e Passos (2003) explicam que tal aspecto corresponde a uma imagem mental, isto é, “a representação sensorial de um objeto ou fenômeno” (p. 61) e está associado ao aspecto conceitual e, no caso das figuras, podem ser manipuladas por meio das transformações geométricas como a rotação, a translação, etc.

Em relação à utilização de instrumentos – régua, compasso e esquadros – para a construção de figuras, o PNAIC apresenta um objetivo que é o de “utilizar a régua para traçar e representar figuras geométricas e desenhos” para os anos iniciais (Brasil, 2014, p. 6). Já a BNCC (Brasil, 2018) traz a utilização desses instrumentos mais nos anos finais do ensino fundamental, e nos anos iniciais indica somente o reconhecimento de ângulos retos e não retos com o uso de esquadros.

Porém, embora tanto o PNAIC quanto a BNCC não tenham como foco a utilização desses instrumentos para construções geométricas, é possível discutir sobre as medidas de área e de perímetro que fazem parte da unidade temática de Grandezas e Medidas da BNCC e permitem relacionar a geometria e os números.

Compreender a diferenciação entre uma e outra dessas duas grandezas é difícil para os estudantes. Várias pesquisas, como Facco (2003) e Santos (2011), indicam que eles não conseguem compreender que, para calcular o perímetro de uma figura plana, precisam somar as medidas dos seus lados; e, para o cálculo da área, é necessário encontrar a medida de sua superfície. Uma hipótese para essa dificuldade seria o trabalho em sala de aula apenas com a memorização de fórmulas, sem abordar os conceitos de área e perímetro.

Apoiada nas ideias de Baltar (1996), Santos (2011) indica que a diferenciação entre área e perímetro pode acontecer por diferentes perspectivas, e duas delas parecem-nos, particularmente, interessantes: a topológica e a dimensional. A topológica afirma que os “conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e o perímetro ao contorno”; e a dimensional indica que “uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, o que traz consequências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área e perímetro”, ou seja, a área é bidimensional e o perímetro, unidimensional (p. 19).

O cálculo da área de uma figura geométrica plana exige a utilização de uma fórmula diferente para cada figura e, se for trabalhado em sala de aula apenas pela memorização, pode também se tornar uma dificuldade para os estudantes.

Lorenzato (2015) ressalta que uma maneira de abordar esses conteúdos é pelo manuseio de materiais manipuláveis, que possibilitam chegar a essas fórmulas por meio da decomposição. O autor destaca que, nos principais quadriláteros – losango, trapézio, paralelogramo, retângulo e quadrado –, é possível perceber que todos eles podem ser divididos em dois triângulos, o que sugere que suas áreas podem ser calculadas a partir da área do triângulo.

Como já nos ensinava um dos expoentes das propostas da Escola Nova no Brasil, Lourenço Filho (citado por Bastos & Cavalcante, 2011), “a geometria é uma ciência de observação e de experiência” (p. 161). Enfatizar a experiência pode ser visto como dar sentido à manipulação de objetos do cotidiano, figuras geométricas espaciais, a partir da vaga *escolanovista*. Contudo, a observação, a manipulação e a mobilização dos órgãos dos sentidos constituem essência para o conhecimento a partir do método intuitivo.

A publicação no Brasil, em 1886, da tradução de Rui Barbosa do manual *Primeiras lições de coisas – Manual de ensino elementar para uso dos pais e professores*, escrito por Norman Allison Calkins, é considerada uma das mais importantes iniciativas para a disseminação das propostas sobre o método intuitivo (Saviani, 2007; Valdemarin, 2004).

A obra aborda a forma dos objetos, e a observação de suas características e propriedades integraria os exercícios para educar o olhar. O tamanho seria avaliado a partir da natureza da forma: a extensão, a largura, a área e o volume, noções que seriam mobilizadas para a comparação das formas, a partir da observação de objetos (Calkins, 1886).

Oliveira (2016), ao analisar o papel da geometria na formação de normalistas no Brasil do início do século XX, período em que o ensino primário se estruturou com o suporte do método intuitivo, concluiu que a geometria era vista como um saber a ensinar, independente dos conteúdos a ela relacionados – como as formas, por exemplo –, pois era essencial a perspectiva intuitiva de conhecimento. Com efeito, a observação e a manipulação tornam possível a mobilização de órgãos dos sentidos, o que constitui a essência para o conhecimento a partir do método intuitivo. Assim,

a geometria forneceria uma das referências centrais para o desenvolvimento infantil a partir do método intuitivo.

Segundo a sistematização de Oliveira et al. (2020) acerca da constituição dos saberes elementares matemáticos, os saberes para ensinar geometria e desenho, no final do século XIX e primeiras décadas do XX

caracterizam-se pelo estudo das formas dos objetos, por meio da observação, do desenho; as formas ocupavam um importante papel no ensino primário. O estudo dos sólidos geométricos era ponto central e a observação, o toque e a comparação constituíam-se elementos para a aprendizagem. (p. 197)

A partir das propostas escolanovistas, a observação, que já era um elemento central na aprendizagem dos alunos desde a disseminação do método intuitivo no final do século XIX, passou a ser acompanhada da manipulação ou da ação dos alunos sobre os objetos, que seriam observados, comparados e analisados.

A pesquisa de Santos (2022) também enfatiza a observação por comparação como um dos fios condutores do ensino de geometria no estado de São Paulo no período da Escola Nova – mais precisamente, o trabalho abarca o período de 1920 a 1960.

Nas orientações para o ensino de geometria foi identificado que ela se adequa aos direcionamentos que iniciam com o ensino centralizado nos objetos, e passa por uma transição de considerar a aprendizagem guiada pela própria criança, em sua ação, mas sem ainda desprender-se do foco central nos materiais e nos direcionamentos feitos pelo professor. A observação tem grande importância e possui como finalidade a comparação de objetos. (pp. 82-83)

A observação e a comparação são estratégias para ensinar noções de geometria, para explorar as figuras geométricas e perceber suas características e suas propriedades. Também a pesquisa de Nascimento Silva (2018) mostra a importância da observação, da manipulação e da comparação para o estudo da geometria no estado de Minas Gerais. Uma significativa quantidade de artigos da *Revista do Ensino de Minas Gerais*, publicados entre 1926 e 1932, faz referência a essas estratégias para ensinar geometria.

Um deles tem como tema *Os exercícios de observação no ensino moderno*, escrito por Maria Luisa de Almeida Cunha (Minas Gerais, 1926b, pp. 76-78, citado por Nascimento Silva, 2018, p. 47). Segundo a análise de Nascimento Silva, a partir da observação e da comparação dos sólidos geométricos seria possível estabelecer uma conexão entre matéria e pensamento, o que levaria a um ensino de modo seguro.

Ao examinar os programas do ensino primário elementar de Minas Gerais datados de 1961, provavelmente formulados ainda na década de 1950, não notamos um distanciamento das propostas escolanovistas, principalmente, quando se enfatiza a importância de responder às necessidades da vida cotidiana.

O programa de aritmética e geometria inicia-se com considerações sobre o ensino, cujos primeiros parágrafos são destinados a mostrar a importância da aritmética em atividades cotidianas, como estimar, medir, comparar, avaliar, calcular. Para o ensino de geometria recomenda-se que ela seja desenvolvida a partir da observação das formas presentes no cotidiano da criança, e relacionada com os trabalhos manuais e com o trabalho agrícola – neste caso, desenvolvendo-o sob a forma de medida de terreno para o estudo das áreas. Os problemas de geometria devem decorrer de circunstâncias reais, por exemplo, para o estudo dos ângulos é proposta a observação de objetos como uma tesoura ou os ponteiros de um relógio.

Mesmo em tempos de Matemática Moderna, a observação mantém-se, juntamente com a manipulação, como uma estratégia importante para a aprendizagem de geometria. Nesse período, analisado por Mendonça e Oliveira (2019), um manual importante destinado aos professores do ensino primário propunha que as figuras geométricas espaciais fossem estudadas com suas planificações. A orientação era para que fossem realizadas atividades de observação com os alunos, para que, com a planificação e o processo de montagem, as crianças pudessem observar seus elementos, tais como: vértices, faces e arestas.

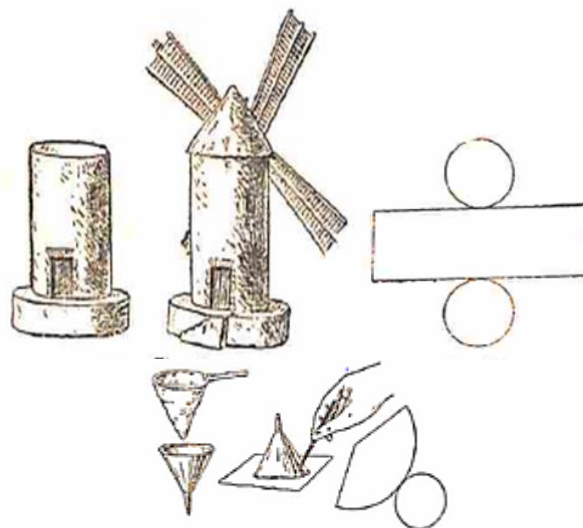
A planificação e a montagem dessas figuras espaciais parece ser uma permanência na aprendizagem de geometria. Inúmeros artigos sobre o ensino de geometria, publicados na *Revista do Ensino de Minas Gerais* entre 1926 e 1932, analisados por Nascimento Silva (2018), mostram que fazer a planificação e observar os elementos do cubo, do paralelepípedo e de outros sólidos pode ser um exercício para compreender os elementos que caracterizam essas figuras geométricas e algumas de suas propriedades. Por

exemplo, observar semelhanças e diferenças entre o cubo e o paralelepípedo, no caso mais geral.

No período da Escola Nova circulou no Brasil uma obra publicada por uma autora espanhola, Margarita Comas, intitulada *Metodología de la aritmética y la geometría*, de 1934. Na proposta da autora, um capítulo inteiro era destinado ao estudo das figuras espaciais, que se desenvolve por meio da construção de uma vila em que as casas, as igrejas e outras edificações são formadas pelos sólidos. Para construir a vila, os sólidos são montados a partir de suas planificações.

Figura 4

Construção de um moinho (Comas, 1934, pp. 50-51)



Rodrigues (2018) analisa o livro de Margarita Comas e aponta que “a maior parte das propostas de ensino de saberes geométricos presentes na obra possui caráter experimental, relacionadas a situações do cotidiano, mas sem aplicação prática” (p. 59). Além disso, segundo Rodrigues, o ensino dos saberes geométricos nessa obra não está a serviço da aritmética como em outras obras analisadas pela autora, o que, em certa medida, é uma característica da época.

Como já mencionado, na primeira legislação para o ensino primário no Brasil, em 1827 (Valente, 1999), ao ler, ao escrever e ao contar, integra-se a geometria prática. Essa geometria prática configura-se, em parte, por meio de problemas de medidas de terreno que envolvem as noções de área e perímetro. Embora tais noções não se limitem ao cálculo, alguns estudos apontam para a ênfase nele, o que implicaria uma geometria a serviço da aritmética.

Barros e Oliveira (2016) analisam práticas e referências da professora mineira Alda Lodi, que atuou na formação de normalistas no seu estado entre a década de 1920 e, pelo menos, a década de 1940. A partir da análise de diversos materiais produzidos e utilizados pela professora, as autoras concluem que

a Geometria na perspectiva da prática docente da professora e de suas concepções era um suporte para o ensino de Aritmética, devendo ficar à serviço do estudo de conteúdos aritméticos, do sistema decimal, etc.; numa abordagem sobretudo prática, distanciada do enfoque dedutivo. (p. 214)

A geometria era vista pela professora, especialista na metodologia da aritmética, como uma aplicação para o estudo da aritmética.

Mas tal concepção não pode ser entendida como geral, tampouco como herdeira de tempos anteriores. Leme da Silva (2021) trata, em um dos capítulos de sua obra, da relação entre a geometria e as medidas. Remetendo à importância das medidas no século XIX, a autora analisa a taquimetria, que consiste num conhecimento voltado à rapidez para o cálculo de medidas, como proposta para o ensino de geometria prática.

Segundo Leme da Silva (2021), as apropriações da taquimetria, no Brasil, tiveram como referências importantes publicações francesas, e exibem suas singularidades na obra de Gabriel Prestes, *Noções Intuitivas de Geometria Elementar*, publicada em 1895.

Prestes não leva em conta a rapidez no estudo de geometria e, sim, a organização de um estudo em que as medidas ganham destaque especial e que segue uma ordem pedagógica: primeiro a medida direta, considerada intuitiva, concreta, prática, em que os alunos a realizam com material, construído por eles, medidas de objetos e, somente num segundo momento, inicia-se a sistematização das medidas, o que corresponde às medidas indiretas, como um processo abstrato

de síntese, em que a fórmula, nesse caso, torna o cálculo bem mais rápido. (Leme da Silva, 2021, p. 159)

Na seção medidas intuitivas, Leme da Silva (2021) caracteriza o processo didático para o ensino de medidas na perspectiva do método intuitivo: inicia com a estimativa da medida a olho nu, da comparação entre tamanhos, passa à criação, pelos alunos, de instrumentos para realizar medidas e culmina no estabelecimento de unidades padronizadas pelo sistema métrico decimal. A criança experimentaria cada uma dessas etapas no processo de aprendizagem de medidas.

Leme da Silva (2021) mostra também que tal proposta não é unânime, pois há autores de manuais contemporâneos que conduzem o ensino para ter acesso mais rapidamente às fórmulas para o cálculo de medidas, mesmo com algum esforço para que essas fossem compreendidas, ou seja, para que as fórmulas resultassem em explicações acessíveis aos alunos.

O uso de instrumentos de desenho, tais como a régua e o compasso, aparecem em publicações voltadas ao ensino de Desenho Linear⁶ nas primeiras décadas do século XIX. Nesse período inicial, estava mais relacionado a verificar a exatidão das construções feitas à mão livre do que propriamente à sua realização. A proposta era aperfeiçoar as construções à mão livre, conferindo-as com os instrumentos. Isso se verifica na obra *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Prática, pelo método do ensino mútuo*, extraídos de L. B. Francoeur, de autoria de Antônio Francisco de Paula e Iollandia Cavalcanti d'Albuquerque, publicada em 1829.

Outros manuais de Desenho Linear surgiram ao longo do século XIX, propondo outras formas de mobilização dos instrumentos de desenho. Sobre esse tema, Oliveira (2019) evidencia, por exemplo, que nas publicações de Gama (1880) e Pacheco (1881), as construções e o estudo das figuras aparecem articuladamente na primeira e, separadamente, na segunda: “a separação é entre o que é estudado sem os instrumentos, somente pelo ‘golpe de vista’, do que é construído com os instrumentos – régua, compasso, etc.” (Oliveira, 2019, p. 9).

⁶ O Desenho Linear figurou como matéria no ensino primário não só no Brasil do século XIX, mas também na Europa, destacadamente na França. O manual de Francoeur foi traduzido e adaptado para o português por Cavalcanti d'Albuquerque, em 1829. Consistia no estudo das linhas e de figuras planas construídas à mão livre, mas buscando satisfazer relações e propriedades. O Desenho Linear contribuiu para a institucionalização do ensino mútuo.

A utilização dos instrumentos de desenho fortalecia a vinculação entre o desenho e a geometria. No final do século XIX e no início do XX, as discussões em torno do desenho tomaram outro rumo.

tudo indica que a organização da classe artística é determinante na introdução do desenho ao natural na escola primária brasileira, em sintonia com o debate internacional. Demandas externas à escola, como a profissionalização e a organização dos Congressos Internacionais de Desenho, interferem e modificam uma cultura escolar estabelecida de longo tempo. (Frizzarini et al., 2015, p. 56)

No período da Escola Nova, a educação preconizava ser a melhor forma de educar por meio dos sentidos e, em consequência, o desenho deveria preceder qualquer exercício gráfico, mas não o desenho com os instrumentos que foi inclusive criticado por Lourenço Filho (Oliveira et al., 2020).

Analisando o ensino de geometria no período da Matemática Moderna em Minas Gerais, Mendonça e Oliveira (2019) evidenciam que,

embora a iniciação à Geometria por meio de uma abordagem topológica tenha sido uma das propostas importantes da Matemática Moderna para os primeiros anos escolares, essa perspectiva não parece ter repercutido. A geometria euclidiana estudada com atividades de construção com régua, compasso e transferidor, o recurso aos materiais didáticos ou manipuláveis – planificações, entre outros – transformou o modo como a geometria era ensinada/aprendida. (p. 1078)

Podemos dizer que a utilização dos instrumentos de desenho, régua e compasso, em especial, reaparece em novas propostas de atividades, distintas em objetivos e finalidades para o ensino de geometria, quando comparada ao século XIX.

PASSADO E PRESENTE DO ENSINO DE GEOMETRIA PARA AS CRIANÇAS: UMA SÍNTESE POSSÍVEL

Ao longo do tempo, muitos objetivos e finalidades, por vezes distintos, foram mencionados para justificar o ensino de geometria para as crianças – inicialmente voltada para a aprendizagem de noções práticas e úteis para a formação profissional futura, importante para o desenvolvimento pela

mobilização dos sentidos que suscita, necessária para a percepção e a apreensão do espaço em suas diferentes dimensões: tri e bidimensional.

O estudo das formas geométricas, sejam da dimensão que forem, perpassa a trajetória histórica do ensino de geometria para as crianças e configura-se em diferentes épocas como uma marcha de ensino do espaço para o plano e vice-versa, ou mesmo num movimento de idas e vindas entre formas espaciais e planas.

As atividades propostas para a realização deste estudo, embora sejam próprias de cada época, parecem não se afastar da observação, da manipulação e da comparação de objetos e figuras. O trabalho com a planificação, que também se mostra como uma permanência, possibilita a observação de elementos e de propriedades das figuras envolvidas e pode ocorrer no sentido de composição da figura tridimensional ou mesmo de decomposição.

Ao que parece, a relação da geometria com a percepção do espaço vai se constituindo ao longo do tempo, fortalece-se com os apontamentos da psicogênese piagetiana sobre o tema, e é tratada como central na atualidade.

É possível dizer que, se por um lado, temas como o estudo das formas aparece como uma permanência no ensino de geometria para as crianças, outros passam por processos de assimilação e de apropriação da cultura escolar para serem integrados. Esse parece ser o caso da geometria das transformações, particularmente, de noções como rotação, isometria e translação, que, propostas no período da Matemática Moderna, sofreram resistência da cultura escolar. Na atualidade, esses temas parecem ter sido reconfigurados e recriados, de modo a integrar a cultura escolar dos anos iniciais, e constam de programas de formação de professores e de documentos oficiais (PNAIC, BNCC, etc.), propostas de atividades, manuais didáticos – enfim, práticas de professores.

A geometria deve contribuir para compreender o espaço, a localização, os deslocamentos, as características e as propriedades das formas que nos cercam. E para possibilitar também a construção de percepção estética, analisando formas da natureza e construídas pelo homem, entre tantas outras possibilidades que podemos mencionar.

Além disso, a observação e a manipulação que fazem parte das propostas escolanovistas ainda estão presentes no ensino de geometria atualmente e são acrescidas também de aspectos relacionados à visualização.

Encontra-se ainda em nossos dias o trabalho com os sólidos geométricos e suas planificações, proposta que consta de manuais e documentos oficiais escolanovistas e também da época da Matemática Moderna. Tal estudo se justifica, ainda, para que os estudantes pudessem/possam observar os elementos dos sólidos – as faces, os vértices e as arestas.

A relação entre a geometria e a aritmética é importante e buscada em termos de articulação na atualidade. Em alguns momentos da história, a geometria foi vista como uma aplicação da aritmética. Assim, nesses períodos, temas como área e perímetro ficaram a serviço do desenvolvimento de cálculos aritméticos, trabalhando com mudanças de unidades, entre outros aspectos.

Podemos observar que tem sido uma constante, ao longo do tempo, a ênfase no estudo de área e de perímetro apenas focando nos cálculos, o que pode ser um indício da dificuldade de os estudantes diferenciarem essas duas grandezas. Algumas propostas intuitivas para abordar tais conceitos a partir da criação própria, pelos alunos, de unidades de medida, da experimentação, da comparação, para posterior introdução do sistema métrico decimal, possivelmente não foram incorporadas à cultura escolar.

Por fim, os instrumentos de desenho que nos documentos oficiais atuais parecem ficar em segundo plano, podem ser encontrados com diferentes perspectivas em tempos anteriores. Nas primeiras décadas do século XIX, a utilização da régua e do compasso estava mais relacionada a verificar a exatidão de construções realizadas à mão livre, mas outros manuais de Desenho Linear que surgiram ao longo desse século propõem outras formas de uso.

A reflexão possibilitada por este diálogo entre problemáticas atuais do ensino de geometria nos anos iniciais e a história do ensino de geometria no primário nos permite construir uma compreensão mais alargada das dificuldades do ensino de geometria nos anos iniciais, e dessa forma elaborar propostas que possam levar em conta os conhecimentos já produzidos sobre a temática.

DECLARAÇÃO DA CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

M.C.A.O. concebeu a ideia da pesquisa apresentada. Os dois autores, M.C.A.O. e R.F.C participaram ativamente do desenvolvimento da teoria,

organização e análise dos dados, discussão dos resultados e aprovação da versão final do trabalho.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

O compartilhamento de dados não é aplicável a este artigo, pois se trata de pesquisa de bibliografia disponível publicamente.

REFERÊNCIAS

- Almeida, M. C. C. C. (2021). *Saberes para ensinar Matemática: manuais de Didática Geral e Didática da Matemática em tempos de Matemática Moderna*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Barros, S. C. & Oliveira, M. C. A. (2016). A matemática na formação de normalistas mineiros(as): 1890 a 1930. *Poiesis*, 10(18), 431-443.
- Bastos, M. H. C. & Cavalcante, M. J. M. (2011). *Álbum com pequenos trabalhos de pedagogia: as normalistas da escola normal do Ceará e a pedagogia da escola nova (1923)*. Centro Universitário Franciscano.
- Brasil. (2014). *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria*. Ministério da Educação.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Calkins, N. A. (1886). *Primeiras lições de coisas: manual de ensinamento elementar para uso dos paes e professores*. Imprensa Nacional.
- Camara, A. & Pinto, N. B. (2017). Saberes geométricos no curso primário: uma discussão sobre o movimento de seus métodos e conteúdos. *Atos de Pesquisa em Educação*, 12(2), 324-345.
- Cardim, G. (1896). Noções de Geometria. *Revista A Eschola Publica*, 1(1), 44-46. <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/126749>
- Comas, M. (1934). *Metodología de la aritmética y la geometria*. <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/159306>

- Cruz, E. S. (2021). *Saberes para ensinar geometria: manuais didáticos para ensinar matemática na década de 1930*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Facco, S. R. (2003). *Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Fonseca, M. C. F. R., Lopes, M. P., Barbosa, M. G. G., Gomes, M. L. M., & Dayrell, M. M. M. S. S. (2011). *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Autêntica.
- Franchi, A. & Libermanan, M. (1966). *Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária*. GEEM.
- Frizzarini, C. R. B., Trindade, D. A., & Leme da Silva, M. C. (2015). Que desenho ensinar? Análise de discursos das revistas pedagógicas de São Paulo no início do século XX. *Boletim Gepem*, 67, 46-58.
- Gama, A. A. (1880). *Elementos de Desenho Linear*. B. L. Garnier.
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159275>
- Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos. (1963). *Ensinando Matemática a Crianças, 1º ano*.
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159674>
- Leme da Silva, M. C. (2021). *Histórias do ensino de geometria nos anos iniciais e seus parceiros: desenho, trabalhos manuais e medidas*. Livraria da Física.
- Lorenzato, S. (2011). *Educação infantil e percepção matemática*. Editores Associados.
- Lorenzato, S. (2015). *Aprender e ensinar geometria*. Mercado de Letras.
- Mendonça, T. N. & Oliveira, M. C. A. (2019). O ensino de Geometria em tempos de Matemática Moderna em Minas Gerais. *Argumentos Pró Educação*, 4(11), 1056-1080.
- Nacarato, A. M. & Passos, C. L. B. (2003). *A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. EDUFSCar.

- Nascimento Silva, N. (2018). *Os saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais no período de 1925 a 1932*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Oliveira, M. C. A. (2016). A geometria como disciplina do curso de formação de professores primários: a influência do método intuitivo nas primeiras décadas do século XX no Brasil. *Perspectiva*, 34(1), 102-118.
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2016v34n1p102/31933>
- Oliveira, M. C. A. (2019). Elementos de profissionalidade em livros de Desenho Linear do século XIX. *Zetetiké*, 27, 1-14.
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8654266/20784>
- Oliveira, M. C. A. (2018). Percurso investigativo sobre a geometria e o desenho como saberes profissionais de professores dos anos iniciais no Brasil. *Paradigma*, 39(1), 175-189.
<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/673/669>
- Oliveira, M. C. A., Bertoni, N. P., & Valente, W. R. (2020). *A aritmética, a geometria e o desenho: a matemática nos primeiros anos escolares*. Livraria da Física.
- Oliveira, M. C. A., Leme da Silva, M. C., & Valente, W. R. (2011). *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular*. Editora UFJF.
- Pacheco, P. M. (1881). *Curso elementar de Desenho Linear*. Imprensa Industrial. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159295>
- Rodrigues, A. C. D. (2018). *Saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais nas décadas de 1940 e 1950*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Romanatto, M. C. & Passos, C. L. B. (2011). *A matemática na formação de professores dos anos iniciais: um olhar para além da Aritmética*. EdUFSCar.

- Santos, J. A. S. (2011). *Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área: um estudo de caso com professores de matemática e alunos de 7ª série do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, Educação, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba.
- Santos, J. K. S. (2022). *Caracterização de uma geometria do ensino no curso primário (São Paulo, 1920-1960)*. Tese de Doutorado, Educação, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo.
- São Paulo. (1894). *Regimento Interno das escolas públicas do estado de São Paulo*. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99544>
- São Paulo. (1918). *Programa de Ensino para os grupos escolares do estado de São Paulo*. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99555>
- Saviani, D. (2007). *História das ideias pedagógicas no Brasil*. Autores Associados.
- Silva, S. A., Gomes, L. P. S., & Silva, M. R. I. S. (2021). Ensino de geometria e Movimento da Matemática Moderna: uma análise de histórias produzidas nas pesquisas acadêmicas. *Tangran - Revista de Educação Matemática*, 4(3), 128-150.
- Thompson, O. (1896). O uso dos modelos Guia do Professor para O Estudo de Forma e Desenho nas Escolas Primárias. *Revista A Eschola Publica*, 1(1), 35-40. <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/126749>
- Trouvé, A. (2008). *La notion de savoir élémentaire à l'école*. Harmattan.
- Valdemarin, V. T. (2004). *Estudando as lições de coisas: análise dos fundamentos filosóficos do método de ensino intuitivo*. Autores Associados.
- Valente, W. R. (1999). A matemática na formação clássico-literária, tornando-se ensino de cultura geral. *Educação Matemática Pesquisa*, 1(2), 34-45.
- Valente, W. R. (2012). Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário. *Revista Brasileira de História da Educação*, 12(3), 73-94.