




# Caracterización del aprendizaje de la probabilidad en un entorno rural con la Educación Matemática Realista

Carolina Méndez-Parra <sup>a</sup>  
 Robinson Junior Conde-Carmona <sup>b</sup>  
 Iván Andrés Padilla-Escorcía <sup>c</sup>

<sup>a</sup> Colegio Colón, Departamento de Matemáticas, Barranquilla, Colombia

<sup>b</sup> Universidad de la Costa CUC, Departamento de Ciencias Naturales y Exactas, Barranquilla, Colombia.

<sup>c</sup> Universidad del Atlántico, Facultad de Ciencias de la Educación, Barranquilla, Colombia

*Recibido para publicación 27 jun. 2021. Aceptado después de la revisión 1 mar. 2022*

*Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMEN

**Antecedentes:** La Estadística presenta efectos pragmáticos en otros sectores, por lo tanto, se hace necesario proponer estrategias de enseñanza-aprendizaje basadas en situaciones reales. Esta investigación estima la Educación Matemática Realista como estrategia de construcción del conocimiento probabilístico, a través de situaciones contextualizadas. **Objetivos:** Caracterizar el aprendizaje de la probabilidad en un entorno rural con la Educación Matemática Realista. **Diseño:** De carácter cualitativo con un diseño de investigación acción-participativa, a través de cinco fases metodológicas. **Contexto y participantes:** Estudiantes rurales del departamento de Córdoba-Colombia, la docente de educación matemática del respectivo departamento y el grupo investigador. **Recopilación y análisis de datos:** Los datos cualitativos se agruparon en categorías de la Educación Matemática Realista. **Resultados:** Se encontró que los estudiantes presentan dificultades interpretativas, teóricas y algorítmicas. También, se destaca que la Educación Matemática realista refleja la actividad humana en el proceso de aprendizaje estadístico. **Conclusiones:** Se concluyó que, los problemas contextualizados permiten alcanzar un conocimiento con sentido y, el docente coopera en la formalización de dicho aprendizaje, debido a la estructuración, sistematización y regularización bajo los criterios de la Educación Matemática Realista.

**Palabras claves:** Contexto; Formación estadística; Matemática realista; Pensamiento aleatorio.

---

Autor para correspondencia: Robinson Junior Conde Carmona. Email: [rconde@cuc.edu.co](mailto:rconde@cuc.edu.co)

## Caracterização da probabilidade de aprendizagem em um ambiente rural com Educação Matemática Realística

### RESUMO

**Antecedentes:** A estatística tem efeitos pragmáticos em outros setores, portanto, é necessário propor estratégias de ensino-aprendizagem baseadas em situações reais. Esta pesquisa estima a Educação Matemática Realista como estratégia para a construção do conhecimento probabilístico, por meio de situações contextualizadas. **Objetivos:** Caracterizar a aprendizagem de probabilidade em meio rural com Educação Matemática Realista. **Desenho:** De natureza qualitativa com desenho de pesquisa-ação-participativo, por meio de cinco fases metodológicas. **Contexto e participantes:** Estudantes rurais do departamento de Córdoba-Colômbia, o professor de educação matemática do respectivo departamento e o grupo de pesquisa. **Coleta e análise de dados:** Os dados qualitativos foram agrupados em categorias de Educação Matemática Realista. **Resultados:** Constatou-se que os alunos apresentam dificuldades interpretativas, teóricas e algorítmicas. Além disso, destaca-se que a Educação Matemática realista reflete a atividade humana no processo de aprendizagem estatística. **Conclusões:** Concluiu-se que os problemas contextualizados permitem alcançar um conhecimento significativo e o professor colabora na formalização dessa aprendizagem, devido à estruturação, sistematização e regularização sob os critérios da Educação Matemática Realista.

**Palavras-chave:** Contexto; Treinamento estatístico; Matemática realista; Pensamento aleatório.

### INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años, la educación estadística se ha convertido en foco de interés en muchos países, incorporándose paulatinamente en los programas relacionados con la enseñanza de las matemáticas. En ese sentido, es el concepto de probabilidad uno de los más relevantes de este ámbito, porque permite relacionar componentes cognitivos y lógicos para discernir sucesos no deterministas (Estrada y Batanero, 2019). No obstante, Morales (2018) revela que en la actualidad existe poca cultura estadística, debido a la falta de constancia de estos contenidos en el desarrollo del pensamiento matemático.

Ahora, cabe resaltar que los estudiantes de educación primaria presentan escaso razonamiento aleatorio, debido a la metodología tradicional que se utiliza en las escuelas, es decir, en el proceso de enseñanza de la probabilidad, se hace un fuerte hincapié con el algoritmo matemático de Laplace: cociente entre número de casos favorables por el número de casos posibles, problema que de acuerdo con Isaza (2020) radica en la utilización de fórmulas sin comprender su aplicación en el contexto real.

Lo cual se desalinea con lo propuesto por Andrade (2019), porque este afirma que la probabilística es una de las ramas educativas que coopera en el desarrollo de habilidades para observar, identificar y evaluar con mucha precisión el éxito o el fracaso de fenómenos no deterministas, además, permite escribir en términos matemáticos la incertidumbre, por tal motivo, presenta una alta relevancia en la actualidad. Así, Díaz-Levicoy et al., (2019) sostienen que, apoyar el proceso de aprendizaje aleatorio con la resolución de problemas contextuales, permite equipar a los estudiantes de competencias y, por ende, formar a un individuo capaz de enfrentar las necesidades aleatorias de su contexto, inclusive, de entornos similares.

En ese orden, los estudiantes que pertenecen a escuelas rurales presentan dificultades en el desarrollo del pensamiento aleatorio, debido a que la mayoría de los docentes no implementan estrategias didácticas que integran los contenidos del componente aleatorio con el contexto en dónde pueden aplicarse los contenidos (Tachie y Molepo, 2019), lo que ocasiona que los estudiantes de estas zonas no presenten una buena comprensión para la toma de decisiones significativas en su entorno. do

En este sentido, la Educación de la Matemática Realista (EMR) facilita la construcción del aprendizaje haciendo uso del entorno y asegura que la conexión entre el contexto con el saber matemático permite un aprendizaje con sentido (Julie, 2018).

Ahora bien, en cuanto al aprendizaje de la probabilidad, es aceptable reflexionar que los estudiantes rurales de quinto grado no visualizan la utilización del aprendizaje de la probabilidad en su entorno, por ende, surgen las siguientes incógnitas: ¿Cómo la matemática realista fortalece en los estudiantes de quinto grado, el aprendizaje de la probabilidad en el contexto rural?, ¿Cuál es la relación existente entre la matemática realistas y el aprendizaje de la probabilidad en el contexto rural, con estudiantes de quinto grado?

En función de lo planteado, para dar respuesta a las incógnitas, el objetivo de este trabajo investigativo es caracterizar el aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural, apoyado en la educación matemática realista.

## **ANTECEDENTES TEÓRICOS**

Teniendo en cuenta caracterizar el aprendizaje probabilístico desde una mirada realista en un contexto rural, se patentiza entonces en este apartado la

utilización y el impacto que ha presentado a lo largo de los años a nivel internacional, nacional y local la educación matemática realista. Consecutivo a esto, se presenta un recorrido histórico acerca de la enseñanza de la probabilidad y las diferentes fases que han caracterizado este juicio. Finalmente, se realiza la descripción detallada del modelo de educación matemática realista (EMR), la cual estará centrada en los seis principios fundamentales de este modelo: realidad, nivel, actividad, orientación, interactividad y entrelazamiento, que se reseñaran a lo largo de este.

### **Enseñanza de la probabilidad.**

A lo largo de los años, son diferentes los esfuerzos que se han realizado en el ámbito educativo para relacionar el entorno de los estudiantes con la enseñanza de la estadística. La incorporación del contexto en el aula genera habilidades críticas para comprender y razonar en diferentes entes de incertidumbre, puesto que la probabilidad es fundamental para minimizar sesgos en el estudio de sucesos aleatorios o ambiguos. Es por ello, por lo que Andrade (2019) afirma que la educación estadística debe estar orientada desde la experiencia con un valor exploratorio e investigativo.

Ahora bien, la misma globalización trae consigo, la necesidad de relacionar el contexto con el campo educativo. Tanto así que esta inserción en el aula exige que los estudiantes solucionen situaciones problemáticas en diversos contextos. De este modo, debe señalarse que la relación del entorno con la enseñanza de la probabilidad depende de las habilidades del docente para desarrollar procesos de aprendizaje diferentes al tradicional (Gal, 2005).

De este modo, diversas investigaciones han mediado esta área del conocimiento desde una mirada realista.

Así, por ejemplo, la investigación llevada a cabo por Alsina (2011) se evidencia que la estadística presenta una gran importancia en la educación porque permite analizar y evaluar objetivamente los fenómenos y el desarrollo de la realidad. En este sentido, refleja que la enseñanza de la probabilidad surge con la necesidad de aceptar la abstracción constituida por el hombre en la naturaleza. Es por ello por lo que se considera una de las ramas esenciales de la educación matemática. Aparte de combinar el pensamiento lógico con el cognitivo en los diferentes campos de la actividad humana, también se considera como un contenido base para afrontar la sociedad predeterminada por el azar.

Así mismo, en la investigación realizada por Isaza (2020) se evidencia los diferentes aportes del contexto: inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje del concepto de probabilidad, concluyendo un alto índice en la motivación e interés que desarrollan las clases contextualizadas, donde los estudiantes encuentran una aplicabilidad en el contexto, en los medios de comunicación y en la toma de decisiones donde la incertidumbre presenta su mayor relevancia.

De la misma manera, en la investigación de Andrade (2019) también se realizó el estudio de las habilidades del pensamiento aleatorio, mediante los juegos de azar. Puntualmente enfatiza que la formación estadística a nivel nacional se rige bajo los lineamientos curriculares del MEN, siendo su inserción en el campo educativo desde los primeros años escolares con el fin de desarrollar las intuiciones para manipular cuantitativamente la incertidumbre y el sentido común.

Sin embargo, a pesar de que la educación estadística presenta incidencia en diversos contextos cotidianos, en su mayoría esta formación es aislada del entorno de los estudiantes. Esto es, que no se fomenta la relación entorno-educación y que por lo general resulta un aprendizaje sin sentido, lo que dista del ciudadano que se pretende formar en la sociedad actual. Y más a sabiendas que la realidad permite generar conocimiento robusto a través de modelar situaciones cotidianas referentes a contenidos probabilísticos, que en muchas ocasiones no alcanza a ser evidente por los estudiantes mediante una clase de tipo tradicional. Y es interesante, debido al bagaje que ofrece vincular el conocimiento aleatorio con la realidad.

### **Educación matemática realista.**

En este orden de ideas, se propone la Teoría de la educación matemática realista (EMR), cuyo marco no incluye solamente la relación de las ideas abstractas con el contexto, sino también en el conocimiento previo, racional, lógico y creativo de los estudiantes (Rasmussen y Blumenfeld, 2007). Además, de estar enfocado de las enseñanzas mismas de las matemáticas. De manera que, este trabajo es relevante, ya que permite iniciar el aprendizaje matemático a partir de un problema contextualizado ya sea generado o imaginado. Es decir, esta teoría de la educación permite generar oportunidades a los estudiantes para explorar o alcanzar un conocimiento robusto a partir de su entorno cotidiano.

Ahora bien, una ejemplificación del objetivo de esta teoría y su utilidad en el ámbito educativo, lo referencia Palinussa et al., (2017) como la

especialidad que requiere el proceso de enseñanza-aprendizaje en la integración de la triada realidad, imaginación y experiencia con el fin de reverberar la utilidad de estas en el contexto. No obstante, el conocimiento de la integración contextualizada en la educación matemática no es un conocimiento instructivo especializado en el docente, sino la experticia de direccionar el debate generado por los estudiantes.

Dentro de este orden de ideas, cabe resaltar que la EMR está representada como un constructo de seis principios. Denotado este un modelo que requiere la reformulación de la metodología desarrollada en las prácticas pedagógicas con relación a la educación matemática. Puntualmente las personas idóneas para desarrollar la enseñanza de las matemáticas deben poseer el dominio tanto matemático como didáctico matemático. Y son lineamientos explícitos, dado la claridad teórica que muestra este modelo con respecto a la línea de educación matemática (Fredriksen, 2021).

En otras palabras, desde el punto de vista de Alsina y Salgado (2018) la teoría de la EMR es conocida como un modelo amplio y detallado que busca traducir problemas del contexto en términos matemáticos, es por ello por lo que la enseñanza de las matemáticas, bajo este modelo se convierte en una acción humana la cual busca que los estudiantes desarrollen y construyan su propio conocimiento. Siendo uno de los componentes más importantes porque el desarrollo es centrado en las actividades del sujeto, dejando de lado las clases homogéneas, unilaterales y tradicionales donde el profesor transmite una temática, pasando a ser una búsqueda colectiva. Por ende, el profesor es un guía y un facilitador en la transformación.

Ahora bien, por consiguiente, se describirán las doctrinas que fundamentan esta teoría didáctica, caracterizados por Freudenthal (1977) como instrumentos conceptuales, los cuales son percibidos como principios de la EMR.

**Principio de realidad**, corresponde a todo aquello que el sujeto puede pensar. Así, por ejemplo, se halla una estrecha relación con la actividad intelectual al imaginar, formar ideas o hacer representaciones en la mente (Wijdeveld, 1980). En este orden de ideas, es importante que el conocimiento del profesor de matemáticas acerca del entorno de los estudiantes sea robusto, de modo que sea significativo la inserción de este en el aprendizaje de las matemáticas.

En ese orden, Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers (2005) sostienen que la palabra real o realista proviene de la palabra holandesa *realisen*, la cual significa imaginar. En lo esencial, realidad no solo es imaginar un mundo real, sino aceptar lo que la intuición caracteriza como real en un determinado suceso.

Ahora bien, cabe resaltar que este apartado resulta de un patrón experimental relacionado con las frecuencias observadas. Es por ello por lo que Bressan, Gallego, Pérez y Zolkower (2016) señalan que el concepto matemático se adquiere a través de las observaciones, reflexiones o experiencias adquiridas mediante una actividad humana. Y que son derivadas de investigaciones o conocimientos previos que son acorde a su formación (Sepriyanti y putri 2018).

En función de lo planteado, este principio se enfoca en las diversas situaciones que pueden darse en la actividad mental como, por ejemplo: representación, reconocimiento, comprobación y que sirven de base generadora para esclarecer y ordenar situaciones contextualizadas (Palinussa et al., 2017).

**Principio de nivel**, corresponde al conocimiento lógico y concreto para aprender matemáticas. Dentro de este marco, sucede pues, que el proceso de aprendizaje matemático debe ser gradual. Es por ello por lo que resalta el autodesarrollo de patrones en el aprendizaje. Ahora bien, Gravemeijer y Doorma (1999) especificaron cuatro niveles inherentes a este principio, los cuales son: nivel situacional, hace alusión a los interrogantes contextualizados; nivel referencial se refiere a la identificación del modelo, denotando la relación de los componentes situacionales con las actividades mentales; el nivel general alude a pensar de una manera descontextualizada los interrogantes previamente planteados; el nivel formal indica razonar matemáticamente. Los anteriores niveles, permiten utilizar las matemáticas como instrumento para solucionar problemas de un contexto realista (Spriyanti y Putri, 2018).

Debido al enfoque de este nivel en desarrollar de manera gradual el proceso de aprendizaje. Es indispensable incluir la matematización dentro de la EMR de acuerdo con las necesidades planteadas en los niveles antes mencionados, describiendo estas así:

Matematización horizontal, es aquella la cual permite que los estudiantes logren matematizar su realidad apoyándose en la intuición, conocimiento informal, el sentido común y la observación para identificar y describir las matemáticas inherentes en su entorno.

Matematización vertical, hace referencia en matematizar la matemática, es decir, permite reinventar el conocimiento formal al hacer uso de las formas o símbolos algorítmicos. En efecto se toma la propia matemática como objeto

de estudio. En efecto se toma la propia matemática como objeto de estudio, la cual se convierte en más matemática. Así, logrando un nivel de formalización (Gallego y Pérez, 2013).

**Principio de actividad**, sostiene que las matemáticas deben ser una actividad, donde el conocimiento no debe ser transmitido como un producto ya terminado, sino un proceso en el cual los estudiantes autoconstruyan su propio conocimiento. Así, este principio ofrece un panorama amplio con respecto a la modelización en el ámbito educativo de las matemáticas (Julie, 2018).

La construcción de los modelos matemáticos para solucionar problemas del contexto, incluso de contextos similares se originan a partir de la relación existente de las ideas previas con el saber disciplinar. Y que, debido al carácter aplicativo desde el enfoque de las matemáticas, así como del entorno, permite la autoconstrucción del conocimiento a partir de la solución de problemas contextualizados que están vinculados al saber matemático. De manera que dicho aprendizaje debe ser inherente al entorno de los estudiantes, conforme a los objetivos de la clase (Nuraida et al., 2019).

**Principio de orientación**, determina la postura de los agentes idóneos para guiar el proceso de aprendizaje. Es así, que son los responsables de observar y comprender el proceso de los estudiantes, a fin de organizar, estructurar y sistematizar las diferentes ideas en el desarrollo del aprendizaje.

Importa, y por muchas razones este apartado porque aquí se comienzan a desarrollar las estrategias, recursos y metodologías utilizadas por el profesor para direccionar un proceso de aprendizaje que involucra el contexto de los estudiantes. Y que contribuya en la búsqueda de los diversos modelos matemáticos hasta llegar definitivamente a la formalización del saber matemático (Alsina, 2011).

En este orden de ideas, Freudenthal (1977) afirma que la reinención guiada es el proceso de reinventar los diversos modelos, las ideas abstractas o estructurar los interrogantes del entorno. Se quiere con ello significar, que Castiglione (2015) caracteriza al profesor como un psicólogo matemático, el cual en vez de responder inquietudes es el experto de generar preguntas, con el fin de generar reflexión en los estudiantes. En este sentido, el profesor toma un rol activo, pero no fijo.

Por otra parte, este principio busca organizar, estructurar y sistematizar las ideas de los estudiantes, de tal modo que se evidencie los cambios de niveles



durante el proceso de aprendizaje. A manera general, el papel docente es bien definido, debido que son los mediadores para que los estudiantes logren alcanzar un autoaprendizaje significativo y robusto (Julie 2018).

**Principio de interactividad**, corresponde al efecto de la comunicación y la cooperación que esta presenta en la formalización del aprendizaje matemático.

Ahora bien, es conveniente delimitar que la interactividad generada por el docente y los estudiantes general la reflexión, propiciando un debate. En este sentido, la participación de cada estudiante coopera en el constructo o reinención de los diversos modelos matemáticos. Y que debido al carácter influyente se logran los niveles de comprensión con grupos heterogéneos (estudiantes con distintos niveles de destreza matemática). Ya que son soportes en el desarrollo de habilidades y destrezas en el proceso del aprendizaje matemático. Lo anterior, posiciona al estudiante como los inventores e investigadores de su propio conocimiento (Fredriksen, 2021).

**Principio de entrelazamiento**, media por la enseñanza simultánea de las diferentes ramas de la matemática (álgebra, cálculo, geometría, etc), propiciando que el fuerte entrelazamiento de habilidades matemáticas y las actividades generan una comprensión formal y amplia de las matemáticas (Freudenthal, 1977). Ahora bien, el contexto real y cercano de los estudiantes permite desarrollar destrezas generales de las matemáticas, estableciendo habilidades y conexión para resolver el problema del contexto de acuerdo con la estructura de la mente, así mismo la EMR permite formar a un estudiante holístico, el cual interrelacionará las diferentes ramas matemáticas con cualquier problema similar del contexto (Alsina y Salgado, 2018).

## METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolla bajo una investigación de carácter cualitativa, determinada por caracterizar desde la subjetividad los elementos tales como, la imaginación, experiencia y el aprendizaje de la probabilidad apoyado del contexto con estudiantes rurales (Márquez-Mosquera y Olea-Isaza, 2020). El diseño de investigación es de acción-participativa, el cual busca vincular a los sujetos en el proceso de aprendizaje para interpretar y dar solución a problemas aleatorios del contexto rural. La población objeto de estudio de esta investigación fueron los estudiantes de una institución rural de carácter privado, ubicada en Córdoba-Colombia, con un estrato socioeconómico bajo. Para la elección de la muestra se consideró a los

estudiantes de quinto grado, con edades entre 10 y 12 años, además, con niveles académicos bueno, regular y bajo mediante un muestreo no probabilístico intencional, esto permitió seleccionar como muestra a los estudiantes más idóneos según la perspectiva del investigador. En cuanto a la metodología, se adaptó a las fases planteadas por Sampieri (2018) que se citan a continuación:

1. Identificar la problemática, es decir, se obtuvo conocimiento de los problemas, dificultades, obstáculos y necesidades para enfrentar.
2. Diseñar y elaborar las técnicas e instrumentos para recolectar la información.
3. Llevar a cabo la fase anterior.
4. Analizar los resultados a través de las categorías de la EMR para minimizar sesgos.
5. Caracterizar las habilidades, bajo las categorías: Principio *de realidad, nivel, actividad, orientación, interactividad y entrelazamiento*, que permitieron el desarrollo del aprendizaje de la probabilidad en el contexto rural, apoyado de la matemática realista.

Con un tiempo de intervención en aula de 3 meses, con participación directa con los estudiantes.

### **Técnicas e instrumentos**

La observación permitió registrar todo el proceso del aprendizaje de la probabilidad en un diario de campo, en este sentido, se registraron las opiniones, la participación y los acontecimientos ocurridos en las clases.

La encuesta se diseñó, estructuró y sistematizó con ocho preguntas, las cuales fueron resolución de problemas inherentes al entorno rural, este fue de manera diagnóstica e individual para reconocer, identificar y describir las competencias cognitivas de los participantes.

El cuestionario estuvo estructurado por ocho preguntas, las cuales se redactaron bajo el diseño de la EMR, para que los estudiantes a través del contexto, la imaginación, la experiencia y el conocimiento informal, desarrollarán un conocimiento robusto y formal acerca de la probabilidad. Durante el proceso fueron guiados por el investigador y docente participante,

este se llevó a cabo de manera individual y colectiva para generar y consolidar modelos matemáticos.

La entrevista no estructurada fue aplicada a la docente participante a través de una encuesta con siete preguntas, cuya finalidad consistía en darle pertinencia a la matemática realista. En este sentido, se identificó la relación de la práctica pedagógica con tópicos estadísticos y el contexto rural.

Los instrumentos en esta investigación fueron validados por el método Delphi, que es una técnica diseñada, planeada y estructurada mediante unos cuestionarios a expertos, para una deliberación gradual, en la que los investigadores exploran las opiniones de los expertos (Cruz-Ramírez, 2019; Conde-Carmona y Padilla-Escorcía, 2021). En este caso, los expertos contaban con nacionalidad española, mexicana y colombiana, y examinaron con claridad el esquema, número de preguntas, adecuación a los destinatarios y claridad del contenido de la introducción. Inicialmente, no se llegó a una convergencia con las opiniones de los expertos por problemas como la redacción, pocas preguntas, inconsistencias en la introducción de cada técnica, entre otros. Posterior a esto, los investigadores acogieron las sugerencias de los expertos y mejoraron los insumos, en efecto, en la segunda interacción los investigadores estuvieron de acuerdo con las categorías de cada instrumento.

**Tabla 1.**

*Versión final del método Delphi*

	MA	BA	A	PA	NA	Suma	Promedio por fila (pm)	N- pm
<b>1</b>	0	0.15	0.15	0.15	0.15	0.6	0.103	0.320
<b>2</b>	0	0.08	0.15	0.15	0.15	0.125	0.092	0.38
<b>3</b>	0.68	0.77	0.77	0.77	0.77	3.76	0.740	-0.32
<b>4</b>	0.68	0.77	0.77	0.77	0.77	3.76	0.740	-0.32
<b>5</b>	0.68	0.77	0.77	0.77	0.77	3.76	0.740	-0.32
<b>6</b>	0	0.14	0.14	0.14	0.14	3.76	0.740	0.319
<b>Suma</b>	2.04	2.68	2.75	2.75	2.75			

**Puntos de corte**    0.47   0.50   0.51   0.51   0.51

Nota: MA: muy Adecuado. BA: bastante Adecuado. A: adecuado. PA: poco Adecuado. NA: no adecuado.

## Tabla 2

*Tabla estadística de la validación de los instrumentos*

<b>Cuestionario diagnóstico</b>	<b>Cuestionario desarrollado con la EMR</b>	<b>Entrevista no estructurada.</b>
MA-70	MA-69	MA-34

En este sentido, se patentiza las valoraciones, desde un marco ilustrativo que se observa en la Tabla 1.

A partir de la aplicación final del método Delphi, se concluyó que la media de cada una de las validaciones se encuentra ubicadas en muy adecuado (MA), por lo tanto, dichos insumos son idóneos y fiables.

## RESULTADOS Y ANÁLISIS

En el **principio de realidad** se profundizó en preguntas como: Si se introducen diez animales distintos en un corral de aves domésticas y se escoge uno al azar. ¿Sabrías qué animal saldría?, ¿Por qué? Se evidenció que a pesar de que los alumnos vivencian en su entorno los interrogantes planteados por el investigador, las soluciones dadas en la prueba diagnóstica evidencian, que estos no poseen las habilidades teóricas y algorítmicas para enfrentar dichos problemas desde una mirada aleatoria.

Además, se evidenció que los participantes presentaron dificultades para interpretar las preguntas planteadas, puesto que no lograban relacionar la imaginación con el conocimiento previo, es por ello, que las soluciones emitidas están desalineadas de su formación estadística, en particular, del tema de probabilidad. Lo que a su vez está relacionado con que la docente tutora de los participantes sostiene que la educación estadística, en particular, la probabilística es una rama de la matemática que brinda habilidades

interpretativas, lógicas y algorítmicas para analizar fenómenos, emitir juicios y tomar decisiones en el mundo real.

Sin embargo, en su práctica pedagógica no tiene presente el entorno para la enseñanza de estos tópicos estadísticos, debido a la poca experticia y experiencia que tiene de la enseñanza de estos contenidos.

No obstante, es llamativo que en las secciones apoyadas con la EMR los estudiantes establecieron una conexión entre la pregunta del investigador con situaciones ya vividas. Por ejemplo, los estudiantes (E) respondieron a la pregunta “¿sabría si el cuarto lunes lloverá?”, como textualmente se muestra a continuación:

“Si ya llovió tres lunes seguidos, no creo que el cuarto lloverá”.  
E1

“No he visto que cuatro lunes seguidos lluevan”. E2

“La época de lluvia no dura un mes”. E3

“No sé qué pueda pasar mañana, por ejemplo, no tengo ni idea si mi mamá mañana me va a regañar”. E4

“Yo miraré ese lunes el pronóstico del noticiero”. E5

En este sentido, la intervención que cada estudiante realizó fue apoyada de la relación entre la lógica con la imaginación. Lo que guarda concordancia con las frecuencias observadas de los sucesos análogos en su entorno. De este modo, es interesante que la intervención de cada participante se enfocó en la interpretación de los problemas desde una perspectiva real, estableciendo una conexión entre la imaginación, el entorno y la resolución de problemas.

En el **principio de nivel**, resultó interesante que, los participantes en la sección diagnóstica siempre buscaron llegar a soluciones de tipo numérica en la resolución de problemas, dejando de un lado la reflexión de dicho proceso. En fundamento a este principio de la EMR se formuló situaciones como: Al hospital del pueblo llegó un médico para atender los partos de las mujeres embarazadas, sin embargo 12 de las 20 mujeres embarazadas que han sido ingresadas tienen complicaciones en el procedimiento por la falta de herramientas. Lady está a punto de tener a su bebé, ella está indecisa si viaja a una ciudad cercana o tenerlo en el hospital municipal por el número de casos de complicaciones ¿Qué le recomendaría a Lady, viajar o tener al bebé en el hospital del municipio?, ¿Por qué?,

Lo anterior, originó que los participantes emitieran respuestas pragmáticas y que los resultados positivos se dieran en los problemas que no necesitaron de la matematización vertical. En efecto, los estudiantes lograron imaginar cada problema expuesto con su entorno vivir, sin embargo, no obtuvieron la habilidad logarítmica para matematizar verticalmente, es por ello, que no justificaron las respuestas de cada interrogante.

Ahora bien, en el proceso de aprendizaje apoyado con la EMR, los participantes iniciaron la resolución de problemas imaginando y comparando situaciones reales del contexto con las preguntas, y a medida en que fueron avanzando, identificaron los modelos matemáticos. Es decir, comenzaron a escribir matemáticamente los interrogantes, por lo que fue interesante observar que a medida que se avanzaba en el desarrollo de un ejercicio, surgían preguntas y generaban controversias de ideas al momento de pensar de forma descontextualizada, hasta que los participantes presentaron dificultades para tomar la propia matemática como el objeto de estudio y profundizar aún más en esta.

Con relación al **principio de actividad**, se observó que los participantes en la sección diagnóstica no presentaron un rol protagonista en el proceso de aprendizaje, por el contrario, esperaban que el investigador explicará la temática en estudio, además formularon varios interrogantes durante la sección, lo que es índice de la postura pasiva en el desarrollo del aprendizaje (Julie, 2018). Por otro lado, cabe resaltar que la docente participante afirmó que la formación estadística, en particular, la probabilística no presenta relevancia en los contenidos matemáticos de la institución, por tanto, estos tópicos son muy poco atendidos y profundizados en las clases.

Así mismo, revela que, en su práctica pedagógica, hace un fuerte hincapié en el dominio conceptual y procedimental, por eso, su aplicabilidad está condicionada en los problemas de azar planteados en libros de textos. Ahora bien, en la entrevista a la docente participante, se ahondaron preguntas como la siguiente: ¿Cómo cree usted que los estudiantes ven la estadística y que actitud poseen frente a esta temática? A lo que la docente participante (D) respondió:

“Los estudiantes muchas veces ven la educación estadística como un juego de números, de combinaciones, al ser una temática nueva para ellos, la ven de esa forma”. D

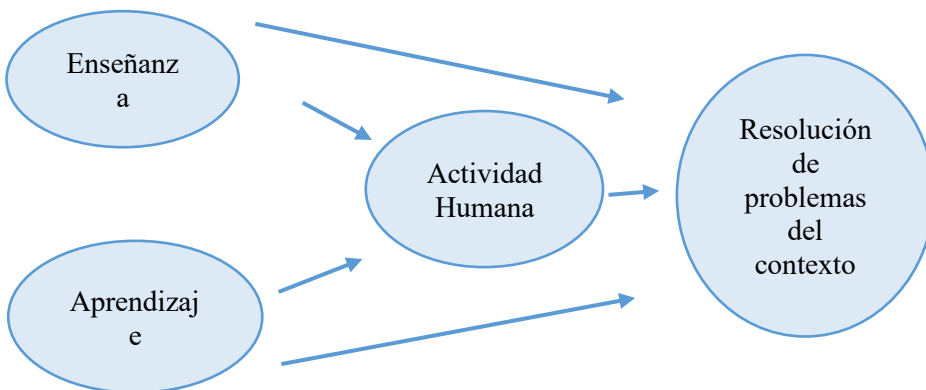
De lo anterior, se intuye que la docente identifica que el contexto es importante para el aprendizaje de la probabilidad, dado que presenta influencia

en muchos sectores de la vida real. Sin embargo, presenta un contraste en su práctica pedagógica porque sostiene que debe supeditarse a libros de textos por políticas de la institución.

Por su parte, el aprendizaje de la probabilidad bajo la EMR dejó de un lado la concepción de la enseñanza como una transferencia de conceptos aplicados a los juegos de azar y percibió el conocimiento como la consecuencia de las necesidades resultantes de las actividades humanas como se observa en la figura 4 que relaciona el proceso de actividad fundamentado en la Educación Matemática Realista.

### Figura 1

*Proceso de actividad basado en la Matemática Realista.*



En este sentido, la caracterización del aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad se fundamentaron como una actividad humana para la resolución de problemas. De este modo, el grupo investigador no introdujo ningún plan, con el objetivo de desarrollar un autoaprendizaje.

En el **principio de orientación** se confirmó una vez más la importancia del docente en el proceso de aprendizaje, cuyo rol está catalogado en la educación matemática como el orientador para un conocimiento formal. En este sentido, debe señalarse que los orientadores de la investigación fueron el grupo investigador y la docente participante. De ese modo, la sección diagnóstica fue llevada a cabo de manera individual con el fin de identificar las habilidades probabilísticas en relación con su contexto. Así, los orientadores tuvieron la

oportunidad de conocer las dificultades y habilidades de los participantes para superarlos, afianzarlos y perfeccionarlos en la actividad con la EMR.

Se encontró, que la docente participante enfatiza que los contenidos estadísticos son guiados bajo la didáctica convencional por la falta de experticia, dado que no conoce las diferentes teorías de la educación Matemática, por tanto, desde su práctica pedagógica no planifica un proceso que pueda ser abordado desde las necesidades del contexto (Sugilar et al., 2019).

**Tabla 3**

*Postura del docente, en el marco de la matemática realista.*

<b>Reflexión</b>	<b>Coordinación</b>	<b>Conducir</b>	<b>Dirigir</b>	<b>Idóneo</b>
En esta categoría el docente observa e identifica las destrezas que los participantes presentan en el proceso de aprendizaje.	En lo esencial, aquí el docente coordina la intervención de cada estudiante, esto, con la finalidad de evidenciar los cambios de matemización en el proceso de aprendizaje.	En este apartado, se enfrentan las nociones de los estudiantes, dado que, se encamina el proceso desde lo particular e individual hasta formalizar el conocimiento desde una perspectiva general y colectiva.	En función de esta categoría el docente presenta el rol de moderar los debates generados en el aula, así, motiva a la participación.	Este es uno de los componentes más importantes del rol docente, porque es el agente idóneo para formalizar el conocimiento adquirido por los estudiantes. Además, este resuelve las inquietudes generadas

En este sentido, los orientadores tomaron un rol activo, pero no fijo; fueron las personas idóneas para observar, comprender y mejorar el proceso de aprendizaje de la probabilidad. De modo que organizaron, estructuraron y sistematizaron las ideas de los estudiantes, en efecto, dirigieron la



caracterización de tal forma que se evidenciaron los cambios de niveles en el proceso.

El **principio de interactividad** redefinió la importancia de la comunicación en los espacios educativos. Sin embargo, en la sección diagnóstica se hizo un fuerte hincapié en la comunicación de los participantes con el contexto, dado que una de las finalidades de esta sección era identificar la relación y el conocimiento aleatorio que los participantes tenían con su entorno (Isaza, 2020). En la entrevista a la docente participante se indagaron preguntas como: Desde su experiencia en la enseñanza ¿Ha utilizado alguna estrategia didáctica la cual permite que los estudiantes generen auto aprendizaje, apoyándose de las relaciones comunicativas entre ellos mismos y con usted?, ¿Cuál?

La docente participante resaltó una vez más que no posee experticia en la didáctica de la educación matemática. Sin embargo, en su práctica pedagógica se han creado debates, los cuales se conducen bajo la comunicación. En la sección apoyada con la EMR se confirmó, que la comunicación es uno de los componentes más importantes del proceso de aprendizaje (Freudenthal, 1977).

De este modo, debe señalarse que la interacción estudiante-estudiante dominó el proceso de aprendizaje, ya que, los participantes predominaron en la caracterización, esto, por ser protagonistas como se observa en la figura 5.

En relación con lo anterior, se evidencia que la comunicación parte del diálogo que cada estudiante tiene con los problemas contextualizados. Luego, de acuerdo con las actividades mentales la comunicación se va afianzando a través de las ideas, es por ello, la interacción estudiante-estudiante y estudiante-docente conducen a la reflexión, mediante la confrontación de ideas. Además, debe señalarse, que esta categoría cooperó en minimizar las dificultades presentadas en el grupo heterogéneo (participantes con distintas destrezas matemáticas), es por ello, que se posiciona a los participantes como los inventores de su conocimiento. En cuanto a la interacción vertical, es decir, la interacción de los orientadores con toda la clase permitió hacer notar los cambios de niveles, así mismo, organizar, estructurar y guiar las ideas de cada estudiante (Márquez-Mosquera y Olea-Isaza, 2020).

En el **principio de entrelazamiento** se evidencio que debido al objetivo de esta investigación no se llevó a cabo la enseñanza simultánea de las diferentes ramas de la matemática (álgebra, cálculo, geometría, estadística, etc.). Es relevante destacar, que el tópico en estudio admitió el entrelazamiento de otros

contenidos matemáticos. En este sentido, resultó interesante que los participantes presentaron inconvenientes en el proceso de aprendizaje al intentar enlazar los conocimientos previos, por eso, se presentaron confusiones entre posibilidad y probabilidad (Julie, 2018).

Sin embargo, la docente participante expresó que en su práctica pedagógica ha logrado evidenciar que los participantes relacionan el aprendizaje de las fracciones con la definición de probabilidad. Lo cual se desalinea con la postura de los participantes durante el desarrollo de las actividades, dado que presentaron confusiones con la operación matemática que relaciona los datos del problema.

Entonces no cabe duda, que el aprendizaje de la probabilidad aún mantiene el sello de racionalidad en muchas partes del mundo. América latina no es la distinción, simplifican la complejidad a un solo cálculo y contextualizan la incertidumbre.

La EMR es una teoría de la educación matemática que brinda la oportunidad para que los alumnos de distintos niveles de escolaridad formalicen un conocimiento matemático desde problemas contextualizados. No obstante, en el contexto rural, el aprendizaje de este tópico estadístico presentó dificultades, dado que es una formación poco relevante.

De este modo, esta investigación presenta analogías con estudios similares. La investigación realizada por Isaza (2020) es certeza de ello. En este trabajo se ha verificado que, los participantes imaginaron situaciones ya vividas con los problemas expuestos en las secciones, pero no establecieron una conexión con el saber disciplinar.

Lo descrito anteriormente, se cree que es evidente, porque la docente participante en la entrevista revela que, en su práctica pedagógica limita la aplicabilidad de estos contenidos a los juegos de azar y, se apoya en los libros de textos. Lo cual se desalinea con el estudio investigativo de Vásquez y Alsina (2017), porque sostienen que las situaciones de los libros de texto deberían ser modificadas a las necesidades de los estudiantes.

Por otra parte, desde el punto de vista de Julie (2018) el proceso de aprendizaje con resolución de problemas contextualizados permite ir más allá de la repetición de algoritmos y conceptos probabilísticos, y, se convierte en un instrumento investigativo con el fin de comprender objetivamente los sucesos aleatorios.

Los resultados de esta investigación confirmaron una vez más lo importante que es relacionar el saber probabilístico con la vertiente del entorno, dado que brindó la oportunidad de describir, solucionar y emitir juicios en estado de incertidumbre (Méndez-Parra et al, 2021)

Ahora bien, resultó interesante que los participantes adquirieron un conocimiento formal a través del debate, el cual se desplegó a partir de la reflexión individual y colectiva. Debe señalarse que, los orientadores presentaron un rol importante, debido que condujeron el proceso de tal forma que se evidenciaron los cambios de niveles en el desarrollo del aprendizaje aleatorio.

Lo anterior se desalinea con la investigación de Revina y Leung (2019), porque, revelaron que el docente proporcionó una formación predeterminada, y eso no les permitió a los participantes desarrollar sus propios métodos, en efecto, siguieron las instrucciones estándares. Para finalizar este apartado, es importante resaltar que el producto de la caracterización se construyó desde las interacciones alumno- alumno. Además, las interacciones alumno-profesor y la interacción vertical cooperaron en la organización y estructuración del proceso.

## CONCLUSIONES

En los hallazgos relevantes se tiene que los participantes del contexto rural imaginan las problemáticas del entorno, pero no poseen las habilidades matemáticas para enfrentar problemas aleatorios. En este sentido, se comprende el poco dominio conceptual y la desarticulación del entorno en el proceso de aprendizaje estadístico. Lo cual indica que existen contrastes significativos entre la percepción de la formación estadística y la práctica pedagógica de la docente participante.

Además, es importante resaltar que la EMR es una teoría de la educación matemática que permitió aumentar y consolidar las categorías de matematización de los participantes, generando conocimiento formal a partir de resolución de problemas contextualizados. Lo que conduce a su vez que la formación probabilística debe ser relacionada con el entorno, dado que los participantes reflexionan sobre diferentes estrategias para resolver los problemas, y esto, vigoriza el pensamiento aleatorio de cada participante.

Para concluir, cabe resaltar que, uno de los componentes más importante de la educación son los orientadores, estos son las personas idóneas

para que los participantes logren crear o descubrir conocimientos de forma autónoma.

## **DECLARACIONES DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES**

RJCC y CMR concibieron la idea presentada. IAPE desarrolló la teoría. RJCC adaptó la metodología a este contexto, CMP creó los modelos, realizó las actividades y recopiló los datos. RJCC y CMP analizaron los datos. Todos los autores participaron activamente en la discusión de los resultados, revisaron y aprobaron la versión final del trabajo.

## **DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS**

Los datos que respaldan los resultados de esta investigación serán puestos a disposición por todos los autores (CMP, RJCC y IAPE), previa solicitud razonable.

## **REFERENCIAS**

- Alsina, À. (2011). *Aprender a usar les matemàtiques: els processos matemàtics, propostes didàctiques per a l'educació infantil*. Eumo.
- Alsina, Á. & Salgado, M. (2019). Prácticas de medida en Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 24-37.
- Andrade Diaz, I. M. (2019). *Estrategia pedagógica para promover el desarrollo de habilidades en el pensamiento probabilístico en los estudiantes del grado cuarto de la sede los llanos de la institución educativa rural jordán güisía*. [Trabajo de Fin de Grado, Universidad del Cauca]  
<http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/xmlui/handle/123456789/1115>
- Andrade Diaz, I. M. (2019). *Estrategia pedagógica para promover el desarrollo de habilidades en el pensamiento probabilístico en los estudiantes del grado cuarto de la sede los llanos de la institución educativa rural jordán güisía*.

- Bressan, A.; Gallego, F.; Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). *Educación Matemática Realista, Bases Teóricas*. Publicación del GPDM.
- Castiglione, D. (2015). *Conexiones Matemáticas Múltiples a partir de tres problemas en contexto realista*. Publicación del GPDM.
- Conde-Carmona, R. & Padilla-Escorcía, I. (2021). Aprender matemáticas en tiempos del COVID-19: Un estudio de caso con estudiantes universitarias. *Educación y Humanismo*, 23(40), 1-19.  
<https://doi.org/10.17081/eduhum.23.40.4380>
- Cruz-Ramírez, M. (2019). Un estudio sobre la distancia psicológica entre métodos de investigación educacional. El caso del método Delphi. *Luz*, 18(3), 29-42. <https://bit.ly/2SXOoD5>
- Díaz-Levicoy, D., Ferrada, C., Salgado-Orellana, N., & Vásquez, C. (2019). Análisis de las actividades evaluativas sobre estadística y probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria. *Premisa*, 21(80), 5-21.
- Estrada, A. & Batanero, C. (2019). Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0559.  
<https://doi.org/10.29333/iejme/5941>
- Fredriksen, H. (2021). Exploring realistic mathematics education in a flipped classroom context at the tertiary level. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(2), 377-396.
- Freudenthal, H. (1977). *Desembramiento y siembra: Prefacio a una ciencia de la educación matemática*. Springer.
- Freudenthal, H. (1977). *Weeding and sowing: Preface to a science of mathematical education*. Springer. <https://bit.ly/3j1dZ93>
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: *Exploring probability in school*. (pp. 39-63). Springer.
- Gallego, M. & Pérez, S. (2013). Aportes «Realistas» a la Educación Matemática. *Desde la Patagonia, Difundiendo Saberes*, 10(16), 12-19.

- Gravemeijer, K. & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 111–129.
- Isaza Cardona, C. A. (2020). *Los contextos inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje de la probabilidad*. [Trabajo de Fin de Grado, Universidad de Antioquia]. <http://hdl.handle.net/10495/13728>
- Isaza Cardona, C. A. (2020). *Los contextos inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje de la probabilidad*.
- Julie, H. (2018). Developing LTBI for addition and multiplication rules in probability theory with realistic mathematics education. *Journal of Physics: Conference Series*, 1088(1), 012044. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1088/1/012044>
- Julie, H. (2018, September). Developing LTBI for addition and multiplication rules in probability theory with realistic mathematics education. *Journal of Physics: Conference Series*, 1088(1), 012044.
- Márquez-Mosquera, A. & Olea-Isaza, C. (2020). Las Actividades Orientadoras de Enseñanza como estrategia para enseñar la probabilidad en primaria: reflexiones de los maestros. *Revista Trilogía*, 12(22), 151-171. <https://doi.org/10.22430/21457778.1094>
- Méndez-Parra, C., Conde-Carmona, R., & Tovar-Ortega, T. (2021). Uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural. *Eco Matemático*, 12(1). <https://doi.org/10.22463/17948231.3067>
- Morales Giraldo, S. M. (2018). *Enseñanza de la probabilidad simple y probabilidad condicional a través de situaciones problema* [Trabajo de Fin de Grado, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64190>
- Nuraida, I., Kusumah, Y. S., & Kartasmita, B. G. (2019, November). Realistic mathematics education with local instruction theory for enhancement of students' procedural fluency. *Journal of Physics: Conference Series*, 1280(4), 042003.
- Palinussa, A., Molle, J., & Gasperz, M. (2017, November). Development Mathematics Education of Rural Context. In: *Proceeding of the International Seminar on Education*. (Vol. 1).

- Rasmussen, C. & Blumenfeld, H. (2007). Reinventing solutions to systems of linear differential equations: A case of emergent models involving analytic expressions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 195–210.
- Revina, S. & Leung, F. (2019). How the same flowers grow in different Soils? The implementation of realistic mathematics education in Utrecht and Jakarta classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(3), 565-589. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9883-1>
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill. <https://bit.ly/3j5LLd2>
- Sepriyanti, N. & Putri, E. M. (2018). Mathematics Learning Devices Development based on Realistic Mathematics Education on Probability. *Al-Ta'lim Journal*, 25(1), 87-96.
- Sugilar, H., Rachmawati, T., & Nuraida, I. (2019). Integrasi interkoneksi matematika agama dan budaya. *Jurnal Analisa*, 5(2), 189-198. <https://doi.org/10.15575/ja.v5i2.6717>
- Tachie, S. & Molepo, J. (2019). Exploring Teachers' Meta-Cognitive Skills in Mathematics Classes in Selected Rural Primary Schools in Eastern Cape, South Africa. *Africa Education Review*, 16(2), 143-161. <https://doi.org/10.1080/18146627.2017.1384700>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Wijers, M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *ZDM*, 37(4), 287-307.
- Vásquez C. & Alsina, Á. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Educación matemática*, 29(3), 79-108. <https://doi.org/10.24844/em2903.03>
- Wijdeveld, E. (1980). *Zich realiseren, in IOWO, de achterkant van de Mobius*. (p. 23-26). IOWO.