

Instrumentos de Evaluación como Medidores de Desempeño en el Entendimiento de Semejanza de Triángulos*

Ángel Homero Flores Samaniego
Guadalupe Xochitl Chávez Pérez
Adriana Gómez Reyes
Miguel Ángel Mejía Rojas

RESUMEN

El Seminario de Evaluación Alternativa en Matemática (SEAM) del Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM se ha dado a la tarea de documentar los aspectos positivos y negativos del Modelo de Enseñanza, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*. Para ello plantea una serie de experimentos de enseñanza y de investigaciones clínicas. Uno de los primeros pasos en esta tarea es determinar la efectividad de los instrumentos de evaluación que se usarían en la investigación como medidores del conocimiento y del desempeño de los estudiantes. En este trabajo se presentan los resultados de un experimento de enseñanza encaminado a determinar dicha efectividad con respecto a las listas de cotejo, matrices de resultados y rúbricas. Esta indagación se llevó a cabo en el contexto de la enseñanza-aprendizaje del concepto de triángulos semejantes con estudiantes del segundo semestre de bachillerato. Se buscó respuesta a la siguiente pregunta: *¿Es posible determinar el entendimiento del concepto de semejanza a partir de la información obtenida con una lista de cotejo, una matriz de resultados y una rúbrica?*

Palabras clave: Evaluación alternativa, Semejanza de triángulos, Profesor-Investigador

Assessment Tools as Performance Indicators in Understanding of Simmilar Triangles

ABSTRACT

The Alternative Assessment on Mathematics Seminar (SEAM in Spanish) of the Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM has taken the task of documenting positive and negative aspects of the Teaching Modelo, *Learning Mathematics, Doing Mathematics*. It has planned a series of teaching experiments and clinical research. One of the first steps is determine the effectiveness of the assessment tools that are going to be used as students' knowledge and performance indicators.

* Este trabajo contó con el apoyo de INFOCAB de la DGAPA, proyecto PB100111

Ángel Homero Flores Samaniego é Dr. en Ciencias, Profesor de Carrera Titular B, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM. Endereço para correspondência: Academia de Matemáticas, Cataratas y Llanura S/N, Jardines del Pedregal, Coyoacán, C.P. 04500, México D.F., ahfs@servidor.unam.mx.

Guadalupe Xochitl Chávez Pérez é Maestra en Ciencias, Profesora de Asignatura, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM. Endereço para correspondência: Academia de Matemáticas, Cataratas y Llanura S/N, Jardines del Pedregal, Coyoacán, C.P. 04500, México D.F. matematica60_xch@hotmail.com.

Adriana Gómez Reyes é Maestra en Ciencias, Profesora de Asignatura, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM. Endereço para correspondência: Academia de Matemáticas, Cataratas y Llanura S/N, Jardines del Pedregal, Coyoacán, C.P. 04500, México D.F., orodelsilencio@yahoo.com.mx

Miguel Ángel Mejía Rojas é Físico, Profesor de Asignatura, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM. Endereço para correspondência: Academia de Matemáticas, Cataratas y Llanura S/N, Jardines del Pedregal, Coyoacán, C.P. 04500, México D.F., miguelmfis@yahoo.com.mx.

In this paper we show the results of a teaching experiment aimed at determining the effectiveness of check lists, results matrices and rubrics. This research was made in the context of teaching-learning of similar triangles with students of second semester of Bachillerato (15-16 years old). We sought answer to the question: *¿It is possible determine the understanding of similarity concept from the information acquired from a check list, a results matrix, and a rubric?*

Key Words: Alternative Assessment; Similar triangles; Teacher-Researcher

INTRODUCCIÓN

El Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) es uno de los dos subsistemas de bachillerato de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM); en el Modelo Educativo del Colegio, siguiendo su principio filosófico, Aprender a Aprender, se pone énfasis en el aprendizaje, más que en la enseñanza. El CCH se asume como un bachillerato de cultura básica, entendida como el conocimiento, las habilidades y las actitudes de un individuo que le permiten adquirir nuevos conocimientos, habilidades y adoptar nuevas actitudes (CCH, 1996).

A partir del principio filosófico del CCH (que abarca tres aspectos: aprender a saber, aprender a ser y aprender a hacer) surgió el Modelo de Enseñanza, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* (FLORES, 2007a) que significa un esfuerzo por llevar al aula el concepto de Cultura Básica desde la perspectiva de la enseñanza de la matemática.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* un individuo con una Cultura Básica en Matemática es aquel que posee

- Capacidad de pensamiento matemático que le permite reconocer patrones y generalizar; justificar resultados mediante argumentos matemáticos; y utilizar las representaciones de un mismo objeto matemático.
- Habilidad de resolución de problemas que le permite usar su pensamiento matemático para plantear y resolver problemas dentro y fuera del ámbito matemático.
- Una actitud matemática que le permite plantear problemas y argumentar su resolución como una responsabilidad propia que redundará en su beneficio y en beneficio de los demás. Implica la capacidad para comunicar ideas y para escuchar las ideas de los demás.

En este modelo la cultura básica se adquiere en un Medio Ambiente de Enseñanza-Aprendizaje (MAE) en el cual se utiliza la tecnología, especialmente Tecnología de Información y Comunicación (TIC), y se fomentan valores como el respeto, la tolerancia y la cooperación (FLORES, 2010).

En el modelo de enseñanza se parte de dos premisas:

- a) El estudiante es el centro de todo el proceso de aprendizaje; por tanto, es él quién debe pensar y hacer la Matemática con el fin de aplicar lo que ya

sabe y aprender la Matemática que le permitirá resolver nuevos problemas y establecer nuevas relaciones entre conceptos.

b) El estudiante es un ser humano que se desempeña en compañía de otros seres humanos y se relaciona con ellos, por tanto necesita sentirse seguro y con confianza para aprender dentro de una comunidad.

Así, decimos que el Modelo de enseñanza está centrado en el estudiante. En este tipo de enseñanza se pone énfasis, entre otras cosas, en la empatía del profesor con sus estudiantes, una preocupación incondicional por su aprendizaje y el fomento de un pensamiento crítico.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* la evaluación es una parte integral de la metodología de enseñanza y ocupa un lugar preponderante. Se entiende por evaluación en el aula como la obtención de evidencias e información sobre el desempeño de los diferentes actores del proceso de enseñanza-aprendizaje con el objeto de mejorarlo. Por consiguiente, ésta no se concibe como un momento aparte de la enseñanza y debe estar acorde con sus principios (FLORES; GÓMEZ, 2009).

Con el objetivo de determinar el tipo de evaluación acorde con el Modelo y los instrumentos idóneos, se creó el Seminario de Evaluación Alternativa en Matemática (SEAM) que viene funcionando en el Plantel Sur del Colegio desde hace varios años.

A partir del último año, las actividades del SEAM se han centrado en la documentación de los aspectos positivos del Modelo y en establecer los puntos deficientes para buscar su mejora, esta documentación se ha estado llevando a cabo usando los instrumentos alternativos de evaluación (listas de cotejo, matrices de resultados, rúbricas y bitácoras, entre otros) como instrumentos de investigación.

Entre las líneas de investigación está determinar la utilidad de los instrumentos de evaluación como medidores del conocimiento.

En el presente trabajo se buscó respuesta a la siguiente pregunta:

¿Es posible determinar el entendimiento del concepto de semejanza a partir de la información obtenida con una lista de cotejo, una matriz de resultados y una rúbrica?

MARCO TEÓRICO

El marco teórico de referencia en el que se sustentan tanto el Modelo como la investigación que se propone corresponde a la teoría Socio-Cultural del Conocimiento y del Desarrollo Humanos cuyos fundamentos se encuentran en las tesis de Vigotsky (1978) y Dewey (1989).

Con respecto al conocimiento humano consideramos que tiene dos aspectos, uno cognitivo y uno socio-cultural: El primero tiene que ver con la manera en que un

individuo acomoda el conocimiento en sus esquemas mentales; y el segundo se refiere a que el individuo se desempeña y desarrolla en un contexto socio-cultural que es fuente y motivación de su conocimiento (FLORES, 2007b).

El conocimiento está situado, depende del contexto en que se dé y de las circunstancias particulares y los antecedentes del individuo (BROWN; COL, 1989; KITCHER, 1984; GODINO; BATANERO, 1994; ERNEST, 1999). Así, coincidimos con la afirmación de que el conocimiento se ve influido por factores sociales y políticos en el sentido que le da Kuhn (1970), en consecuencia decimos que el conocimiento matemático escolar “*está influido, en primer término, por las normas socio-culturales de la interacción en el ámbito escolar y, en segundo término, por las condiciones políticas y económicas del entorno social en que se desempeñan los individuos de la comunidad educativa*” (FLORES, 2007b, p. 21-22).

El conocimiento está mediado por la acción del individuo y por el uso de herramientas. Decimos que el pensamiento humano (y por ende el conocimiento) es un instrumento de la acción. La organización intelectual tiene su origen y parte de su desarrollo cuando se organizan las acciones necesarias para el logro de un objetivo (DEWEY, 1989). A su vez, el conocimiento se desarrolla y se manifiesta a través del uso de herramientas físicas o artefactos y de herramientas psicológicas o signos (VIGOTSKY, 1978; WERTSCH, 1985, 1993; NOSS; HOYLES, 1996).

Según Flores (2007b, p. 24):

Las herramientas tienen una función que está destinada a realizar una acción y otra destinada al control de dicha acción; la primera función tiene una orientación externa (el uso de la herramienta como tal), mientras que la segunda tiene una orientación interna (uso de la herramienta como signo o instrumento de mediación semiótica).

Si la adquisición del conocimiento es una actividad social, depende del contexto en que se dé y requiere del uso de instrumentos, podemos decir que el conocimiento que se genera en un aula depende de las relaciones socio-culturales que se den entre los integrantes del grupo: estudiantes y profesor; depende, también, de las actividades de enseñanza que presente el profesor; la tecnología que se utilice; y del conocimiento previo y los antecedentes del profesor y de los alumnos.

Así, hacer investigación en el aula implica hacer un estudio de las relaciones que se dan en ella. Se trata de indagar actitudes y manifestaciones de conocimiento por parte de los integrantes de la comunidad en estudio. Es decir, se plantea un trabajo con seres humanos y su comportamiento en circunstancias especiales. Por tanto debe existir un respeto hacia ellos y no deben ser tratados como *objetos de estudio*, sino como parte de una comunidad de investigación que busca de manera conjunta solución a sus problemas. Esta filosofía está en la base de la metodología de investigación conocida como Investigación Acción cuyos orígenes se pueden rastrear hasta el trabajo de Lewin (1946).

DESARROLLO EXPERIMENTAL

El estudio se llevó a cabo mediante un experimento de enseñanza, que consistió en el diseño y la aplicación de una serie de problemas sobre Teorema de Pitágoras, Congruencia y Semejanza. En el desarrollo de la secuencia se privilegió la resolución de los problemas y el trabajo en equipo. Los resultados de las actividades se consignaron en hojas de trabajo a las cuales se les aplicaron los instrumentos de evaluación (una lista de cotejo, una matriz de resultados y una rúbrica).

El estudio se hizo con dos grupos de segundo semestre de bachillerato del CCH, 35 estudiantes (edades entre 15 y 16) organizados en 11 equipos con entre tres y cuatro participantes en cada equipo. El experimento de enseñanza tuvo una duración de 15 horas repartidas en 3 semanas. Estas 15 horas corresponden a la Tercera Unidad del programa de Matemáticas II, Congruencia y Semejanza.

En el experimento se contempla un “ciclo de investigación” en tres fases:

- 1.- Diseño y planificación de la instrucción.
- 2.- Experimentación en el aula de las tareas diseñadas.
- 3.- Análisis retrospectivo.

La experimentación en el aula se llevó a cabo siguiendo los lineamientos metodológicos determinados por el propio Modelo de Enseñanza, una de cuyas características principales es permitir la libre comunicación entre los equipos y entre los estudiantes y el profesor. Éste funge como guía y monitor de las acciones.

Figura 1. Hoja de trabajo del problema del Espejo

Eg. 2

Nombre: Mayme Ardelano, José Manuel, García Cruz,
Victor Hugo, Pérez Rodríguez, Víctor Manuel

Fecha: 28/Mar/11 Grupo: 240-A

3.4 Espejo

Un método para encontrar la altura de un objeto es colocar un espejo en el suelo y después situarse de manera que la parte más alta del objeto pueda verse en el espejo.

¿Qué altura tiene una torre si una persona de 150 cm de altura observa la parte superior de la torre cuando el espejo está a 120 m de la torre y la persona está a 6 m del espejo?

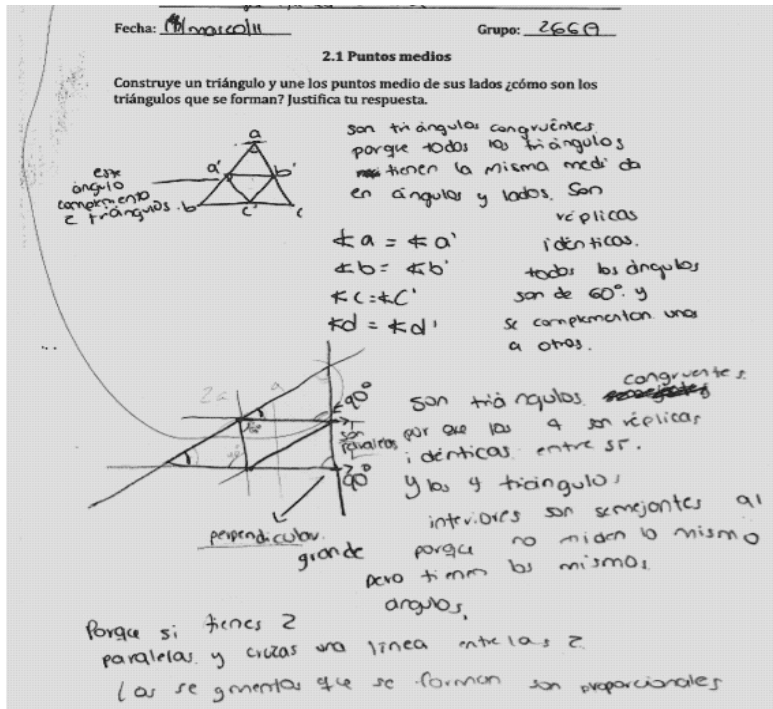
Vimos que la distancia de la persona al espejo es 20 veces más ~~de~~ que la del espejo a la torre entonces la distancia/medida de la persona puede ser también 20 veces a la medida de la altura de la torre. Quedaría la altura de la torre = a 30m

En la Figura 1 presentamos la hoja de trabajo correspondiente al problema que titulamos *Espejo*, cuyo enunciado es el siguiente:

Un método para encontrar la altura de un objeto es colocar un espejo en el suelo y después situarse de manera que la parte más alta del objeto pueda verse en el espejo.

¿Qué altura tiene una torre si una persona de 150 cm de altura observa la parte superior de la torre cuando el espejo está a 120 m de la torre y la persona está a 6 m del espejo?

Figura 2. Hoja de trabajo del problema de Puntos medios



En la Figura 2 se tiene la hoja de trabajo correspondiente al triángulo de los puntos medios. La actividad fue la siguiente:

Construye un triángulo y une los puntos medios de sus lados. ¿Cómo son los triángulos que se forman?

Estas hojas de trabajo son una muestra del tipo de actividades y problemas que se vieron en el experimento. En la siguiente sección haremos una pequeña descripción de la información que se puede obtener de estas dos hojas de trabajo, a modo de ilustración de la forma en que se procedió para el procesamiento de las respuestas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el análisis de resultados, la respuesta de las hojas de trabajo se vació en listas de cotejo y en matrices de resultados (FLORES; GÓMEZ, 2009). La intención es que se pueda contrastar la información de los dos instrumentos y tener conclusiones más sólidas sobre el entendimiento de los conceptos.

De la Figura 1 podemos ver que este equipo establece una proporcionalidad entre las distancias: “*vimos que la distancia de la persona al espejo es 20 veces mas corta que la del espejo a la torre...*” Esto nos indica que están estableciendo la semejanza entre los triángulos pero de una manera implícita. Tampoco explican de qué manera llegaron a la altura de la torre, 30 metros. Todo parece indicar que multiplicaron la altura de la persona, 1.50 m, por 20, sin establecer de forma explícita la proporcionalidad de los lados.

En un primer acercamiento, podríamos decir que este equipo está en un nivel de experto en cuanto al concepto de triángulos semejantes, pues puede identificarlos en cualquier ubicación, relaciona correctamente los elementos correspondientes, hace un uso correcto de la proporcionalidad y puede plantear y resolver problemas en contexto. Para tener una opinión más sólida, en este caso, se haría necesario evaluar otras actividades y la resolución de otros problemas.

Con respecto a la Figura 2, el ejercicio consistió en decir cómo son entre sí los triángulos que se forman cuando se unen los puntos medios de sus lados. El equipo en cuestión deja ver que la definición de dos triángulos congruentes es que uno es réplica exacta del otro, mientras que la condición de semejanza es que tengan ángulos correspondientes congruentes y lados de diferente tamaño: “*son triángulos congruentes porque todos los triángulos tienen la misma medida en ángulos y lados. Son réplicas idénticas...*” “*Y los triángulos interiores son semejantes al grande porque no miden lo mismo pero tienen los mismos ángulos...*” Plantean correctamente el teorema de Tales. Hacen un razonamiento correcto basándose en la suposición de que el triángulo original es equilátero. No se percatan de que se trata de un triángulo cualquiera y que se están refiriendo a un caso particular.

La información que se obtiene en respuestas como la consignada en la Figura 1 se puede observar y analizar mejor si se usa una lista de cotejo, mientras que la información que se obtiene en actividades como la de la Figura 2 se visualiza y analiza mejor en una matriz de resultados.

Independientemente del tipo de actividad, para cada una de ellas se utilizó una lista de cotejo y una matriz de resultados; en las Tablas 1 y 2 se presentan los instrumentos correspondientes al problema del espejo para una muestra tomada de la población de los 35 estudiantes organizados en equipos. Posteriormente se utilizaron los resultados de los instrumentos para determinar el nivel de entendimiento del concepto de semejanza en una rúbrica.

Tabla 1. Lista de cotejo para el problema del espejo

Aspectos	E1	E2	E3	E4
Localizan correctamente el espejo	✓	✓	✓	✓
Hacen cambio de unidades	×	✓	✓	✓
Ubican en el dibujo las medidas correspondientes	✓	✓	✓	×
Reconocen triángulos semejantes	×	×	✓	✓
Establecen las relaciones entre los elementos de los triángulos semejantes	×	✓	✓	✓
Establecen correctamente la proporcionalidad entre los lados	×	✓	✓	✓
Despejan correctamente y encuentra los valores deseados	×	✓	✓	✓
Interpretan correctamente el resultado	✓	✓	×	×

Aquí observamos que todos los equipos localizaron correctamente el espejo y que la mayoría de ellos hicieron cambio de unidades, establecieron las relaciones entre los elementos de los triángulos semejantes así como la proporcionalidad entre los lados, también despejaron correctamente y encontraron los valores deseados; de los cuatro equipos sólo la mitad reconocieron, explícitamente, que se trataba de triángulos semejantes aunque no pudieron interpretar correctamente el resultado, los otros dos equipos que no lo hicieron así fueron los que interpretaron bien el resultado.

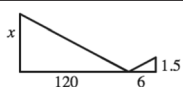
Esto nos indica que debemos poner atención en que todos aprendan a interpretar los resultados correctamente, asimismo que reconozcan dónde hay triángulos semejantes y trabajen con sus propiedades, pues éste es el aprendizaje a lograr.

Al vaciar la información de las actividades en una lista de cotejo, es posible, además de ver el desempeño de un equipo en particular, tener una idea del comportamiento del grupo en total. Por ejemplo, en la Tabla 1 se puede observar que los equipos que reconocen explícitamente que se trata de un problema de triángulos semejantes, no interpretan correctamente el resultado, y viceversa: los equipos que no reconocen explícitamente que se trata de un problema de triángulos semejantes, interpretan correctamente el resultado.

Si este comportamiento se repite en muestras más grandes, nos daría indicios de que hay una tendencia que es necesario entender y en su caso atender.

En la Tabla 2 presentamos la matriz de resultados de uno de los equipos.

Tabla 2. Matriz de resultados para el problema del espejo

Enunciado	Resultado esperado	Resultados obtenidos	Observaciones
<p>Un método para encontrar la altura de un objeto es colocar un espejo en el suelo y después situarse de manera que la parte más alta del objeto pueda verse en el espejo.</p> <p>¿Qué altura tiene una torre si una persona de 150 cm de altura observa la parte superior de la torre cuando el espejo está a 120 m de la torre y la persona está a 6 m del espejo?</p>	 $\frac{120m}{6m} = \frac{x}{1.5m}$ $x = 30m$ <p>Por tanto, la torre mide 30 metros de altura.</p>	<p>E3</p> <p>Notamos que teníamos tres medidas, dos de ellas en el mismo triángulo y la otra en el triángulo restante, como observamos que eran triángulos semejantes, decidimos utilizar la regla de tres para sacar la altura del triángulo más grande.</p>	<p>Este equipo sí identificó que se trata de triángulos semejantes. Aunque no dicen por qué son semejantes. Usan la regla de tres para representar la proporcionalidad.</p>

En este caso, la matriz de resultados permite hacer una comparación entre lo que el profesor espera de los estudiantes y lo que ellos hacen. Tal comparación sirve para indicar qué tanto se están logrando los objetivos o los aprendizajes que se esperan, pero también da información sobre los procesos que siguen los equipos en la resolución de problemas.

En la respuesta del equipo de la Tabla 2, podemos darnos cuenta que identifican triángulos semejantes y ubican correctamente los lados correspondientes (a pesar de que la ubicación no es la que se presenta en la mayoría de los problemas de este tipo). Esto nos da evidencias del grado de adquisición del concepto de semejanza de triángulos y la relación entre los triángulos. También se evidencia la relación entre la proporcionalidad de los lados de los triángulos y la regla de tres simple.

Para medir el grado de adquisición o de entendimiento de un concepto se utilizan las rúbricas. Se trata de una matriz en la cual se presentan, en sus columnas, los niveles de entendimiento del concepto. El número y la profundidad de los niveles dependen de los propósitos del curso y de los aprendizajes que se pretenden. En nuestro caso, se diseñó la rúbrica de la Tabla 3 que toma en cuenta el aprendizaje sobre semejanza de triángulos del programa de Matemáticas II del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH, 2003).

Tabla 3. Rúbrica para el problema del espejo

	Básico	Intermedio	Experto
Triángulos semejantes	No distingue triángulos semejantes de los que no son.	Reconoce triángulos semejantes dependiendo de su ubicación y su orientación.	Reconoce triángulos semejantes en cualquier circunstancia .
Relación entre los elementos	No reconoce las condiciones que garantizan la semejanza de los triángulos.	Reconoce la proporcionalidad entre los lados y la igualdad de ángulos correspondientes como condiciones de semejanza. Tiene dificultad para identificar lados y ángulos correspondientes.	Puede aplicar bien la semejanza sin confundir lados y ángulos correspondientes.

	Básico	Intermedio	Experto
Proporcionalidad entre los lados	No sabe que los lados correspondientes de triángulos semejantes son proporcionales.	Plantea la proporcionalidad más como una regla de tres que como la igualdad de dos razones.	Sabe que los lados son proporcionales y puede establecer esta relación determinando la razón de proporcionalidad.
Resolución de problemas	No puede resolver problemas de semejanza de triángulos.	Resuelve problemas de semejanza pero no siempre con resultados correctos debido a que no identifican lados correspondientes.	Puede resolver problemas de semejanza de triángulos sin que haya equivocaciones debidas a un mal planteamiento de la proporcionalidad.

En la Tabla 4 presentamos la rúbrica para los 11 equipos del estudio.

Tabla 4 resultados Rúbrica

	Básico	Intermedio	Experto
Triángulos semejantes	1	4	6
Relaciones entre los elementos	1	1	9
Proporcionalidad entre los lados	1	2	8
Resolución de Problemas	2	0	9

En la rúbrica se aprecia que los equipos se encuentran, en su mayoría, en el nivel de experto.

Con respecto al reconocimiento de triángulos semejantes, notamos que gran parte del grupo tiene problemas para reconocerlos e identificarlos como tales en posiciones diferentes a las presentadas habitualmente en problemas y ejercicios sobre el tema.

En lo referente a la resolución de problemas se observa que nueve de los 11 equipos están en el nivel de expertos, esto podría deberse al énfasis que se pone en la resolución de problemas y a actividades de modelación.

Como se ve en los resultados y el análisis de la Tabla 4, una rúbrica da información sobre el desempeño del grupo como tal y proporciona sugerencias de retroalimentación del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para tener resultados más concluyentes, habría que ver la información que arrojan los reportes de las demás actividades y contrastarlos. También sería útil analizar la información que arrojan instrumentos metacognitivos como la biteacora COL.

CONCLUSIONES

El presente trabajo está encaminado a determinar la utilidad de los instrumentos de evaluación alternativa en el aula de matemática dentro de Modelo de Enseñaza,

Aprender Matemática, Haciendo Matemática. En particular, en el presente estudio se buscó respuesta a la siguiente pregunta:

¿Es posible determinar el entendimiento del concepto de semejanza a partir de la información obtenida con una lista de cotejo, una matriz de resultados y una rúbrica?

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en el estudio se llega a la conclusión de que la respuesta es positiva.

Por un lado, tenemos que la lista de cotejo da información sobre los detalles del proceso de resolución de un problema o del desarrollo de una actividad. Permite tener una visión del desempeño de un cierto equipo (o de un estudiante) y del grupo en total.

Por otro, vemos que la matriz de resultados permite comparar resultados esperados con los obtenidos, esto proporciona información al profesor sobre el logro de objetivos de aprendizaje y sobre detalles de la resolución de problemas.

En el presente estudio, estos dos instrumentos permitieron determinar que los grupos tienen un grado aceptable de entendimiento de triángulos semejantes y sus propiedades.

Desde el punto de vista del profesor, los instrumentos le dan información sobre las fallas del proceso de enseñanza-aprendizaje y el tipo de retroalimentación que se puede llevar al aula en sesiones posteriores. Desde el punto de vista de la investigación educativa, estos instrumentos arrojan información sobre la efectividad del Modelo y su puesta en práctica.

Por su parte, la rúbrica resume los resultados de los otros dos instrumentos y aporta información sobre el grado de entendimiento de conceptos y de adquisición de conocimientos.

En el presente estudio se utilizaron listas de cotejo, matrices de resultados y rúbricas para determinar el grado de conocimiento o de entendimiento del concepto de semejanza de triángulos, pero no son los únicos instrumentos de evaluación que se pueden utilizar. Entre otros se pueden citar la V heurística de Gowin y los mapas didácticos (FLORES; GÓMEZ, 2009). Por tanto, sería necesario hacer un estudio similar al presente para determinar el tipo de información que pueden dar estos instrumentos en un cierto escenario de enseñanza-aprendizaje.

En el contexto de la evaluación en el aula, la elaboración de los instrumentos y su aplicación, en un principio, es algo que lleva tiempo y esfuerzo. Con la experiencia es posible hacer una evaluación en el aula de una manera más sistemática y sin que lleve tanto esfuerzo. Si a esto le agregamos el trabajo colegiado de los profesores de una misma materia, es posible simplificar más este proceso.

Finalmente, la aplicación de instrumentos de evaluación alternativos en el aula (a diferencia de los exámenes, los cuestionarios y las asignaciones extraclase), es una manera de sistematizar el aprendizaje de los estudiantes y acercar al profesor de aula a la figura de

profesor-investigador que puede obtener información confiable y suficiente para mejorar su propia docencia, la docencia de sus colegas y proponer cambios fundamentados en el currículo. Le daría, también, el conocimiento necesario para hacer una crítica fundamentada de las políticas de cambio curricular instrumentadas fuera de nuestras escuelas y sin tomar en cuenta su opinión ni su experiencia que, en la mayoría de los casos, es muy importante.

REFERENCIAS

- BROWN, J.; COLLINS, A.; DUGUID, P. Situated Cognition and the culture of learning, *Educational Researcher*. 18(1), 1989, p. 33-42.
- COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES. *Plan de Estudios Actualizado*. UNAM. México, 1996.
- COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES. *Programas de Matemáticas I a IV*. UNAM. México. 2003. Disponible en http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/plan_estudio/mapa_mateaiv.pdf. Acceso el 3 de agosto de 2011
- DEWEY, J. *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*, Barcelona, España. Paidós, 1989.
- ERNEST, P. Forms of Knowledge in Mathematics and Mathematics Education: Philisophical and Rhetorical Perspectives, *Educational Studies in Mathematics*, 38, 1999, p. 67-83.
- FLORES, H. Aprender Matemática, Haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante. *Acta Scientiae*, vol 9, núm. 1, 2007a, p. 28-40.
- FLORES, H. *Prácticas Argumentativas y Esquemas de Argumentación en Profesores de Matemáticas del Bachillerato*, Tesis Doctoral, Cinvestav, México, 2007b.
- FLORES, H.; GÓMEZ, A. Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, vol. 21, núm. 2, 2009, p. 117-142.
- FLORES, H. Learning Mathematics, Doing Mathematics: a learner centered teaching model. *Educação Matemática e Pesquisa*, vol 12, núm. 1, 2010, p. 75-87.
- GODINO, J.; BATANERO C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14, nº 3, 1994, p. 325-355.
- KITCHER, P. *The Nature of Mathematical Knowledge*. Oxford University Press, 1984.
- KUHN, T. S. *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago University Press, 1970.
- LEWIN, K. Action-Research and Minority Problems, *Journal of Social Issues*, 2, 1946, p. 34-46.
- NOSS, R.; HOYLES, C. *Windows on Mathematical Meanings*, en Mathematics Education Library, Kluwer, Academic Publishers, 1996.
- VIGOTSKY, L. S. *Mind is Society, The development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press, 1978.
- WERTSCH, J. V. *Culture, communication, and cognition: Vygostkian perspectives*. New York, Cambridge University Press, 1985.
- WERTSCH, J. V. *Voices of the Mind*. Cambridge, MA, Harvard University Press, 1993.

Recibido em: ago. 2011

Aceito em: out. 2011