



# O Movimento do Pensamento Teórico de Professores sobre o Conceito de Fração e o Sentido Atribuído aos Materiais Didáticos: Um Exemplo de Multiplicação com Frações

Iraji de Oliveira Romeiro <sup>a</sup>  
Vanessa Dias Moretti <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Departamento de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Guarulhos, SP, Brazil

*Recebido para publicação 2 jun. 2020. Aceito, após revisão, 16 nov. 2020*

*Editor designado: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** Nos últimos anos, muitos estados e municípios têm adotado materiais didáticos oficiais para orientar a prática do professor. No entanto, a relação entre o uso desses materiais e a formação continuada dos docentes em serviço tem sido pouco investigada. **Objetivo:** Analisar como o desenvolvimento do pensamento teórico de professores sobre multiplicação de frações impacta na escolha, utilização ou adequação dos materiais didáticos. **Design:** O fundamento teórico metodológico baseia-se na perspectiva Histórico-Cultural buscando, na investigação da atividade humana, compreender o desenvolvimento do pensamento teórico. **Ambiente e participantes:** Formação continuada para um grupo de 11 professores de matemática da rede pública estadual de São Paulo. Foram propostas situações desencadeadoras de aprendizagem visando superar a discretização na abordagem das frações. **Coleta e análise de dados:** Os dados foram coletados por meio gravações em vídeo, material escrito produzido pelos professores e registros em diário de campo. Foram organizados dois isolados de análise “Movimento do pensamento teórico sobre frações” e “Material Didático como mediador da ação do professor”. **Resultados:** À medida que compreendem teoricamente o sentido da multiplicação entre frações os professores superam a mecanização das regras e passam a revelar compreensão da inter-relação dos elementos aritméticos, algébricos e geométricos no ensino. **Conclusão:** O desenvolvimento de aspectos do pensamento teórico sobre multiplicação de frações permitiu aos professores organizarem o ensino de modo a explicitar as relações essenciais e teóricas do conceito. O material didático é entendido como mediação no processo de ensino e seu uso deixa de ser visto como fim em si mesmo.

**Palavras-chave:** Pensamento teórico; Sentido; Materiais Didáticos; Formação de Professores; Multiplicação de Frações.

---

Autor correspondente: Iraji de Oliveira Romeiro. E-mail: [irajioliveira@gmail.com](mailto:irajioliveira@gmail.com)

## **The Movement of Theoretical Thought of Teachers on the Concept of Fraction and the Meaning Attributed to Teaching Materials: An Example of Multiplication with Fractions**

### **ABSTRACT**

**Background:** Over the last years, many states and municipalities have adopted official teaching materials to guide teachers' practice. However, the relationship between the use of these materials and the continuing education of in-service teachers has been insufficiently researched. **Objectives:** To analyse how the development of teachers' theoretical thinking on fractional multiplication impacts on the choice, use or appropriateness of didactic materials. **Design:** The theoretical methodological background is based on the historical-cultural perspective seeking, in the investigation of human activity, to understand the development of theoretical thinking. **Setting and Participants:** Teacher education program for a group of 11 mathematics teachers of the public school system of São Paulo. Triggering learning situations were proposed to overcome the discretization in the fractions approach. **Data collection and analysis:** Data were collected through video recordings, written material produced by teachers and field notes. Two isolates of analysis were organized: "Movement of theoretical thought on fractions" and "Didactic Material as mediator of the teacher's action". **Results:** As teachers theoretically understand the meaning of multiplication between fractions, they overcome the mechanization of rules and begin to reveal the understanding of the interrelation of arithmetic, algebraic and geometric elements in teaching. **Conclusion:** The development of aspects of theoretical thinking on fractional multiplication has allowed teachers to organize the teaching in such a way as to make explicit the essential and theoretical relationships of the concept. The didactic material is understood as mediation in the teaching process and its use is no longer seen as an end in itself.

**Keywords/Palabras clave:** Theoretical Thinking; Sense; Didactic Materials; Teacher Education; Multiplying Fractions.

### **INTRODUÇÃO**

A função social da escola e de seus atores é, com recorrência, objeto de discussão frente às transformações sociais e sua relação com as mudanças de formação exigidas pelo mercado de trabalho. De forma quase ingênua, busca-se muitas vezes estabelecer uma relação linear entre a demanda do mercado de trabalho e a formação de professores que, por sua vez, tem ganhado destaque como objeto de pesquisas no Brasil e no mundo (Freitas, 2002; Libâneo, 2004;

Nunes, 2000; entre outros). Nesse contexto, é preciso refletir e analisar criticamente como essa formação docente está ocorrendo.

Tomando como contexto as propostas de formação docente do Estado de São Paulo e, em particular, os materiais que são utilizados pelos professores na sua prática cotidiana (São Paulo, 2014a, 2014b, 2014c), esse artigo problematiza o uso dos chamados cadernos do professor, da área de Matemática, como estratégia de formação. Para isso, apresenta um recorte da pesquisa de mestrado que investigou a relação entre a utilização dos materiais didáticos, em particular, os materiais que compõem o Currículo Oficial do Estado de São Paulo, e o desenvolvimento do pensamento teórico de professores de matemática. Para os fins deste artigo, destacaremos o movimento do pensamento teórico dos professores sobre multiplicação de frações, em relação dialética ao sentido que os professores atribuem aos materiais oficiais<sup>1</sup> do Estado de São Paulo.

Com esse objetivo, iniciamos o artigo apresentando o contexto da constituição do objeto da pesquisa. A seguir são expostos os referenciais teóricos acerca dos conceitos de atividade (Leontiev, 1978) e pensamento teórico (Davidov, 1988). Descreveremos o percurso metodológico para o desenvolvimento do experimento formativo e traremos um exemplo de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem, a partir do conceito de Atividade Orientadora de Ensino (Moura, 1996), seguido das estratégias para coleta e análise dos dados. Por fim, apresentaremos excertos da análise dos dados da pesquisa (Romeiro, 2017) e conclusões.

## **FORMAÇÃO DE PROFESSORES E CONSTITUIÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA**

Não é de hoje que a escola tem sido invadida por demandas de formação advindas do mercado de trabalho que requer trabalhadores com habilidades que não podem ser desenvolvidas na empresa em curto prazo e, desta forma, busca delegar ao sistema educacional tal responsabilidade de formação para o trabalho. Assim, ao atribuir à escola a responsabilidade de formação do trabalhador, o capital exime-se do tempo e investimento

---

<sup>1</sup> Os materiais oficiais são os cadernos que compõem o Currículo Oficial do Estado de São Paulo. Eles contêm orientações para os professores (caderno do professor) e tarefas para os alunos (caderno dos alunos).

necessário para o desenvolvimento de tais habilidades (Nunes, 2000). Embora a escola deva dialogar com a realidade social e com o mundo do trabalho, a relação entre escola e mundo do trabalho deve ser cuidada de modo que não haja uma inversão entre fins e meios do processo educativo (Moretti, 2007). Ou seja, ao entender o objetivo da educação formal como sendo preparar para “o mundo do trabalho, o que é mediação e, portanto, particular, é tomado como universal. O trabalho, como atividade humana, mediação social necessária à objetivação da relação indivíduo-gênero humano, é substituído pelo trabalho, sinônimo de emprego, e assumido como fim” (Moretti, 2007, p. 46). Entendemos que a inversão se dá uma vez que a formação para o mundo do trabalho é tomada como objetivo principal da educação e não como uma consequência de um processo que visa uma formação humana genérica e crítica.

Buscamos nos contrapor às implicações dessa relação de subsunção entre trabalho e educação para a formação docente, a pesquisa à qual esse artigo se refere assume o trabalho como categoria constitutiva do ser humano e o conceito de atividade (Leontiev, 1978) como princípio organizador da prática docente. Considerando que a pesquisa foi realizada junto a professores da rede pública de ensino do Estado de São Paulo, apresentamos a seguir alguns dos princípios dos documentos reguladores da formação docente nesse contexto.

Seguindo a lógica de desenvolvimento de habilidades para o atendimento às demandas do mercado de trabalho, o Ministério da Educação (Brasil, 2002) afirma que se faz essencial atrelar a formação docente com a formação que se espera dos estudantes para atender as demandas sociais e do mundo do trabalho. Tal documento acrescenta ainda evidências que mostram que a formação de professores não está conseguindo garantir o preparo desejado aos educandos, sendo necessário investir em formação continuada com a finalidade de corrigir as lacunas da formação inicial.

No Estado de São Paulo, a partir de 2008, a formação continuada dos docentes em serviço, vislumbra a implementação e consolidação da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Essa Proposta apresenta um referencial curricular único e obrigatório para todas as escolas do Estado de São Paulo, contemplando o desenvolvimento de competências e habilidades. Sua

finalidade era a melhoria dos resultados das avaliações externas<sup>2</sup>, além de ser considerada uma forma de democratização do ensino e universalização do acesso, uma vez que os conteúdos e as atividades a serem trabalhadas em sala de aula seriam os mesmos em todo o Estado. Em 2010, esta proposta de currículo unificado se tornou o Currículo Oficial Paulista implementado nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em toda rede estadual de São Paulo (São Paulo, 2012).

Para sua consolidação, foi elaborado um conjunto de documentos para orientar a rede quanto às metodologias e estratégias a serem adotadas nas escolas públicas estaduais. São eles: o caderno do gestor, o caderno do professor e o caderno do aluno. O caderno do gestor traz orientações metodológicas de ações junto a formação continuada de professores, de gestão e de implementação do Currículo Oficial. O caderno do professor traz orientações metodológicas da prática pedagógica em sala de aula, as tarefas a serem realizadas pelos alunos e os processos avaliativos a serem adotados. Já o caderno do aluno, traz a definição conceitual dos conteúdos de maneira sucinta e tarefas a serem realizadas, a partir de modelos dados. Para que os objetivos da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fossem atingidos, entendia-se que o uso do caderno do professor e do aluno na prática em sala de aula era imprescindível, havendo então, cobrança dos órgãos centrais para a utilização na íntegra desses documentos, por professores e alunos.

Considerando as diretrizes oficiais de formação docente vinculadas ao desenvolvimento de competências em sintonia com demandas do mercado de trabalho e considerando os possíveis impactos dessas diretrizes sobre a função social da escola e o trabalho docente, muitos pesquisadores têm se mobilizado a estudar a formação inicial e contínua de professores assumindo uma perspectiva teórica que compreende a educação como um processo de humanização e o professor como agente fundamental no desenvolvimento das máximas potencialidades psíquicas e humanas dos alunos, por meio da

---

<sup>2</sup> O foco versava sobre o resultado do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), iniciado no final da década de 1980 e do SARESP (Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), criado em 1996, que até então, apresentavam resultados muito abaixo das metas estipuladas pelos órgãos internacionais como, por exemplo, a OCDE.

organização do ensino e escolha de instrumentos mediadores (Cedro, 2008; Moretti, 2007; Moura, 1996; entre outros).

Inseridos nesse movimento e considerando o contexto da proposta de formação docente subjacente aos materiais oficiais unificados que compõe o currículo oficial paulista, questionamos o quanto o uso de tais materiais favoreciam o trabalho do professor de matemática e, conseqüentemente, a aprendizagem do aluno para essa formação humana. Assim, partindo de uma compreensão teórica de formação humana fundamentada na Teoria da Atividade (Leontiev, 1978) e na Teoria do Ensino Desenvolvimental (Davidov, 1988), desenvolvemos uma pesquisa que buscou responder se haveria mudanças no uso de tais materiais pelo professor à medida que muda o seu conhecimento sobre os conceitos a serem ensinados e, em particular, se o desenvolvimento do pensamento teórico (Davidov, 1988) sobre certo conteúdo impacta na organização do ensino e no uso dos materiais oficiais. A escolha do conceito de fração como recorte da nossa pesquisa, deu-se em razão da dificuldade enfrentada por professores e alunos dos anos finais do Ensino Fundamental em lidar com este conceito (Rosa, Holbold, Bernardo, Corrêa, & Inácio, 2013). A seguir, apresentamos elementos da fundamentação teórica que norteou o desenvolvimento da pesquisa.

## **A ATIVIDADE HUMANA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO**

O aporte teórico histórico-cultural defende que o sujeito se faz humano por meio do trabalho humano nas relações sociais e culturais, produzindo necessidades e instrumentos humanos que possam supri-las (Vigotski, 2010). A partir da criação de instrumentos para suprir as necessidades essenciais ou geradas pelo sujeito é que o homem controla a natureza e a modifica ao mesmo tempo em que é modificado, se diferenciando dos outros animais. É nessa relação dialética que as produções sociais e culturais vão se desenvolvendo e se transformando no decorrer da história dos seres humanos.

Neste contexto teórico, o conceito de competência, abordado na formação de professores, é ressignificado em relação ao senso comum e às diretrizes oficiais. Ao invés de enfatizar o desenvolvimento de competência que se associa “às características individuais dos sujeitos, à adaptação à realidade social e focado na atividade prática” (Moretti, 2007, p. 77), passamos a

compreender que a competência se constrói “num processo social que não prescinde de conhecimentos específicos fundamentais de serem apropriados pelos sujeitos por meio de uma educação escolar organizada intencionalmente para o desenvolvimento do pensamento teórico em articulação com a prática social, e não subsumido a ela” (Moretti, 2007, p. 186).

Nesse sentido, buscamos estruturar uma formação continuada que atendesse às necessidades dos professores participantes de formar-se e, não só de atender às imposições dos órgãos centrais. Como Leontiev (1978), entendemos que toda atividade humana nasce de uma necessidade - biológica, intelectual ou espiritual - voltada a um objeto, de forma motivada e mediada. A coincidência entre motivo e o objeto que materializa a necessidade, caracteriza a atividade. Assim, ao estruturar a proposta de formação buscamos criar condições para que os professores entrassem em atividade de modo que pudessem compreender o sentido do seu trabalho e a “formação continuada como espaço de desenvolvimento permanente do conhecimento, reflexão e fortalecimento do seu trabalho, que propicia a formação do homem integral e omnilateral em uma relação dialética entre trabalho e necessidade, ou seja, o trabalho docente articulado com a atividade do professor” (Romeiro, 2017, p. 28).

Assim, como o conceito de atividade, também ganha importância na investigação que desenvolvemos, o conceito de pensamento teórico, uma vez que buscamos estabelecer relações entre o desenvolvimento do pensamento teórico do professor e o uso de materiais didáticos. Davidov (1988) atribui percursos distintos ao desenvolvimento do pensamento empírico e teórico. Para o autor, o pensamento empírico atua na perspectiva da lógica-formal, na classificação dos objetos pelas suas características aparentes e particulares. Já o pensamento teórico opera menos com representações prático-sensoriais e opera mais com o conceito por possuir um caráter generalizador que inclui as relações internas e externas do objeto do conhecimento. Nesse contexto, pensar teoricamente sobre um conceito é “compreendê-lo na sua essência dentro deste processo histórico, verificando as contradições e as não semelhanças em um movimento concreto-abstrato-concreto” (Romeiro & Moretti, 2016, p. 3). A essência é entendida como a conexão interna que possui a base genética e determina todas as outras especificidades particulares do todo, superando a aparência. O movimento concreto-abstrato-concreto no desenvolvimento do pensamento teórico parte do concreto aparente, e via mediação do abstrato,

volta ao concreto real considerando todas as relações para além da aparência, tanto em situações gerais como em situações particulares.

Davidov (1988) afirma que é importante que as disciplinas escolares propiciem o desenvolvimento do pensamento teórico e, na mesma direção, entendemos ser necessário que a escola, por meio das disciplinas escolares, desenvolvam ou aproximem o aluno do pensamento teórico, de modo a resolver problemas práticos ou não práticos de forma intencional e consciente, e não apenas mecanizada, a partir de repetições de modelos. Na pesquisa que realizamos com os professores, nosso desafio foi criar condições para acompanharmos o desenvolvimento do pensamento teórico e as implicações desse processo para o uso de materiais didáticos. No item a seguir, apresentamos a organização metodológica que buscou atender a esse desafio.

## **O MOVIMENTO METODOLÓGICO DA PESQUISA**

Para acompanharmos o desenvolvimento do pensamento teórico em professores apoiamos-nos no método do materialismo histórico dialético, que segundo Martins (2006) busca na contradição, no movimento, desvelar e analisar a totalidade do objeto. Como estratégia de acompanhamento do fenômeno, utilizamos o conceito de experimento formativo (Davidov, 1988), que cria possibilidades de investigar as mudanças psicológicas do indivíduo visando a superação da aparência no processo de formação. A característica desse método na pesquisa é a intervenção direta do pesquisador nas ações desenvolvidas durante a investigação experimental. Para Cedro e Moura (2010) é importante durante a investigação experimental privilegiar a interação e comunicação entre os sujeitos da pesquisa para a planificação das futuras ações desenvolvidas pelo pesquisador.

Como recurso teórico-metodológico, recorreremos ao conceito de Atividade Orientadora de Ensino - AOE (Moura, 1996), que permite ao professor estruturar sua ação intencionalmente, buscando situações desencadeadoras de aprendizagem - SDA que possibilitem aos alunos depararem-se com a necessidade do conceito, considerando a relação dialética entre as necessidades do ensino e da aprendizagem e colocando em evidência a essência do conceito a ser ensinado e aprendido. Este recurso teórico-metodológico tem como princípio a coletividade dos sujeitos em atividade e se apresenta como unidade entre o ensino e a aprendizagem.



A elaboração de SDA é um processo bastante complexo e demanda o estudo de aspectos históricos do conceito, uma vez que o “problema desencadeador ou a situação-problema, na atividade orientadora de ensino, tem como essência a necessidade que levou a humanidade à construção do conceito” (Moretti, 2007, p. 97). Sendo assim, a elaboração das SDA para a nossa pesquisa demandou o estudo de aspectos históricos do conceito de fração.

Os primeiros registros sobre o conceito de fração apontam para a necessidade humana de medir (Boyer, 2010). Caraça (1989) diz que a necessidade da medida surgiu na relação de propriedade privada, economia e obrigações para com o Estado, como o pagamento de impostos no Egito. A medição com cordas, muitas vezes, não resultava em uma quantidade inteira o que implicou em um dilema uma vez que, até então, não havia a necessidade da representação numérica de partes de um inteiro. Segundo Caraça (1989, p. 37), esse dilema foi superado por meio de uma operação mental chamada de negação da negação, que permitiu “construir o novo número – número fracionário - que veio construir a parte nova do campo generalizado”, ou seja, por meio da negação da impossibilidade da divisão de inteiros surgiu a necessidade de um novo campo numérico em que fosse possível fracionar a parte inteira. Ainda segundo Caraça (1989) é possível inferir que a necessidade do conceito de fração tem sua origem a partir da comparação de grandezas contínuas e suas relações de modo que a unidade de medida passa a ser mediadora do processo de comparação entre grandezas de mesma natureza, envolvendo a vinculação entre multiplicidade (quantas vezes a unidade se repete no todo) e divisibilidade (quantidade de vezes que a unidade cabe no todo sem deixar restos).

Nessa direção, as situações desencadeadoras de aprendizagem<sup>3</sup> foram organizadas de maneira que os professores pudessem superar a forma do ensino tradicional de fração que privilegia a quantificação discreta e o significado restrito de fração como parte-todo. Essa visão tradicional do ensino de frações reduz a abordagem deste conceito a situações de contagem nas quais são contadas quantas partes o todo foi dividido e quantas dessas partes foram tomadas, representando essa relação por meio gráfico (pizza, chocolate etc.) ou aritmético (numerador e denominador). Essa forma não permite a ampliação do conhecimento para outro campo numérico, ou seja, nessa forma de abordagem

---

<sup>3</sup> A íntegra das situações desencadeadoras de aprendizagem estão apresentadas na dissertação de Romeiro (2017).

discreta o campo dos números naturais é suficiente para solução de um problema, possibilitando o desenvolvimento do conhecimento empírico e aparente sobre frações.

As situações desencadeadoras de aprendizagem propostas aos professores tiveram por objetivo superar a discretização na abordagem das frações e oportunizar a eles o encontro com aspectos da essência desse conceito, tais como, a quantificação contínua por meio da medida (Boyer, 2010; Caraça, 1989), alguns diferentes significados de fração (parte-todo, fração como número e fração como quociente), e as operações de equivalência e multiplicação. Neste artigo apresentamos os dados referentes ao movimento de desenvolvimento ou de aproximação de elementos do pensamento teórico envolvendo a operação de multiplicação, buscando estabelecer relações entre esse desenvolvimento e as mudanças no sentido atribuído pelos professores aos materiais oficiais.

O experimento formativo se deu por meio de um curso de extensão para professores de matemática da rede pública estadual paulista da cidade de Guarulhos, autorizado pela Secretaria da Educação em parceria com a Universidade Federal de São Paulo<sup>4</sup>, cujo objetivo foi possibilitar aos professores a apropriação dos elementos lógico-históricos da produção do conceito de fração, através de situações desencadeadoras de aprendizagem. Os recursos teórico-metodológicos das situações desencadeadoras de aprendizagem utilizados no curso de extensão foram situações-problema (Moretti, 2014) e a história virtual (Moura, 1996). A história virtual envolve personagens em uma situação que traz aspectos da essência da necessidade histórica do conceito. Esta história não é necessariamente a história factual, mas tem como princípio trazer a necessidade de produção do conceito e envolver o sujeito que aprende na produção da solução do problema (Moura, 1996).

O curso ocorreu aos sábados, totalizando 10 encontros presenciais com duração de 4 horas cada um e 1 encontro com proposta de produção a distância. Participaram 11 professores de matemática que atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental da rede pública estadual paulista, especificamente na Diretoria de Ensino Guarulhos Norte jurisdicionada a cidade de Guarulhos,

---

<sup>4</sup> A pesquisa foi devidamente submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa da (UNIFESP), aprovada pelo parecer de número 1.373.032 e todos os professores assinaram o TCLE.

onde ocorreram os encontros presenciais. A formadora neste processo tinha dupla função: pesquisadora/formadora.

Além das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem envolvendo aspectos do movimento lógico-histórico do conceito de fração, como a superação da contagem discreta para a continuidade, incluindo a inter-relação aritmética (representação do número), algébrica (propriedades) e geométrica (reta numérica), também foi proposto aos professores que produzissem Situações Desencadeadoras de Aprendizagem para seus alunos, em diferentes momentos do experimento formativo. Para isso foram disponibilizados diferentes recursos pedagógicos (livros, internet e materiais oficiais) para consulta. Os professores também poderiam buscar outros materiais que considerassem adequados. Esse movimento de elaboração de SDA subsidiou a análise da relação entre o desenvolvimento do pensamento teórico do professor sobre o conceito de fração e a escolha dos instrumentos mediadores, incluindo a utilização ou adequação de materiais oficiais, para a organização do ensino.

Os instrumentos de coleta de dados envolveram entrevistas semiestruturadas (ES), observação direta do pesquisador (OD), conversas individuais entre a pesquisadora e os professores pesquisados (CI), encontro formativo (EF) e o registro das propostas de solução das situações desencadeadoras de aprendizagem (RP). Os recursos materiais usados na coleta de dados contaram com filmadoras, gravadores e diário de campo. A apresentação dos dados neste artigo segue a seguinte ordem: nome do professor, sigla do instrumento utilizado para coleta dos dados e o número relativo ao encontro formativo. Todos os professores assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido, e os nomes apresentados são fictícios, garantindo o anonimato na pesquisa.

A análise dos dados foi organizada a partir de dois isolados: “Movimento do pensamento teórico sobre frações” e “Material Didático como mediador da ação do professor”. Segundo Caraça (1989), o isolado visa compreender a totalidade da realidade, a partir de recortes de situações que a reflitam. Para revelar os isolados usamos o conceito de episódios que, segundo Moura (2000), é o que exhibe a natureza e a qualidade do isolado. Os dois isolados materializam uma unidade que buscou evidenciar como o pensamento teórico sobre frações impactam no sentido atribuído pelos professores à utilização, escolha ou adequação dos materiais didáticos na organização do ensino.

O primeiro isolado “Movimento do pensamento teórico sobre frações” contou com quatro episódios e teve o objetivo verificar o movimento de superação do pensamento empírico via desenvolvimento do pensamento teórico sobre frações. O segundo isolado “Material didático como mediador da ação do professor” foi composto por dois episódios e buscou compreender a relação entre o desenvolvimento do pensamento teórico dos professores sobre frações e o sentido atribuído aos materiais oficiais que compunham o Currículo Oficial de São Paulo.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO: PENSAMENTO TEÓRICO SOBRE MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES E O SENTIDO ATRIBUÍDO AOS MATERIAIS OFICIAIS**

Para atingir o objetivo da pesquisa, nosso movimento de análise foi investigar nos dados coletados durante o experimento formativo, quais os impactos do desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de fração na escolha, utilização e adequação dos instrumentos mediadores, em particular, os materiais oficiais que compõe o currículo oficial paulista.

Durante os encontros, conforme iam solucionando as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem e se aproximando do pensamento teórico sobre as frações, os professores faziam relações com os materiais utilizados em sala de aula, incluindo os materiais oficiais, porém, demonstravam um modo de pensar diferente, manifestando em suas falas e produções uma compreensão mais consciente e crítica sobre o conteúdo e o uso deste material.

Para os fins desse artigo, optamos por trazer a análise e discussão do movimento de aproximação dos professores ao pensamento teórico sobre a multiplicação de frações e como essa aproximação impactou no sentido atribuído pelos professores aos materiais oficiais, que já estavam presentes na sua rotina pedagógica.

Antes de abordarmos com os professores a SDA sobre multiplicação de frações, perguntamos como eles costumavam iniciar o trabalho com os alunos sobre esta operação. Em geral, muitos professores compreendem e apresentam para os alunos a operação de multiplicação de frações por meio da regra “numerador vezes numerador, denominador vezes denominador”, pois

encontram na regra uma forma mais prática de apresentar a operação aos alunos, e por terem dificuldade em transitar por outras abordagens, como, por exemplo, a geométrica. Nessa direção, os professores Vitor e Sara apresentaram da seguinte forma como abordavam a operação com os alunos:

*Vitor:* Eu inicio o mais simples possível. Dou as duas frações e friso: é a operação mais simples das quatro operações. É numerador com numerador e denominador com denominador e multiplica normal. Dessa forma que trabalho. E a questão de quando tem um número inteiro, coloco um embaixo para eles verem que também é uma fração. Isso é para não cometer o erro de fazer a multiplicação do numerador e do denominador pelo mesmo número.

*Sara:* Começo com os inteiros:  $2+2+2$ , isso é a mesma coisa do que?  $3 \times 2$ . Agora vamos para a fração:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  é a mesma coisa de  $3 \cdot \frac{1}{2}$ . [...] Eu tiro o conceito deles. [...] Quando falo pra eles: Como a gente faz quando é  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ ? E eles respondem que é a mesma coisa do outro de parcelas iguais, multiplica o de cima pelo de cima e o de baixo pelo de baixo, numerador com numerador e denominador com denominador [...].

(EF, 8).

Apesar da professora Sara tentar relacionar a operação de multiplicação com a adição de parcelas iguais, ela não consegue explicar a forma generalizada desta operação, principalmente quando se trata de multiplicação entre duas frações, retornando a regra como apresentada pelo professor Vitor. Nesse momento inicial, não foi trazido pelos professores nenhum material específico para a apresentação da multiplicação de frações, apenas a exposição do modelo aritmético com a regra lógica desta operação.

Entendemos que essa forma de exposição demonstra a valorização da aparência pautada na lógica-formal por meio do modelo e da regra mecanizada, sem a compreensão da importância de colocar em evidência os aspectos internos e não aparentes, relacionados às representações geométrica, aritmética e algébrica, que segundo Rosa (2012) são imprescindíveis para o desenvolvimento do pensamento teórico. Além disso, esta forma de apresentação não coloca o aluno em movimento ou em atividade de

aprendizagem, mas sim, o coloca em uma situação pacífica de reprodutor de modelos em situações particulares.

Para Davidov (1983) esta forma de apresentação, pautada na lógica-formal, traz muitas dificuldades posteriores aos alunos, uma vez que esta abordagem envolve apenas a classificação de problemas particulares ou singulares, tendo como base modelos e regras, podendo em muitos casos fazer com que os alunos aleguem a impossibilidade de resolução de algumas situações problemas envolvendo o conceito. O professor André indicou perceber essa dificuldade na forma como aborda as operações com frações:

Os alunos confundem as operações, né. Eles falam: é pra fazer direto? É pra fazer em X?

Acho que se eles (alunos) compreenderem a representação geométrica eles vão saber como funciona né. Apesar de ser um procedimento mais difícil, ele vai entender mais fácil o conceito (André, EF, 8).

Segundo Caraça (1989), a multiplicação de frações mantém todas as propriedades dos números inteiros, ou seja, a soma de parcelas iguais. Porém, quando falamos da multiplicação entre duas frações, é necessário analisar um pouco mais as relações e as transformações que esta operação causa em seu resultado, não sendo tão direta a conclusão e a generalização. Davidov (1988) diz que é importante apresentar aos alunos a essência abstrata da matemática e aproveitar sua força teórica em todas suas relações internas e externas. Em outras palavras, é necessário para o aluno compreender o percurso lógico-histórico de produção das formas abstratas da matemática, seguindo o movimento concreto-abstrato-concreto, em que o ponto de chegada seja um concreto que vá para além da compreensão aparente e particular do conceito (regras mecanizadas), mas que, estejam presentes todas as relações internas e externas do movimento, essa é sua força teórica. Como forma de aproveitar essa força teórica descrita por Davidov, foi apresentada aos professores uma história virtual chamada “Agricultura Egípcia”, que versa sobre a multiplicação de frações em todas as suas relações. Essa Situação Desencadeadora de Aprendizagem consiste no seguinte:

## Figura 1

*Situação Desencadeadora de Aprendizagem “Agricultura Egípcia”* (Romeiro, 2017, pp. 140-141)

### **Agricultura Egípcia**

A agricultura era a principal fonte da economia egípcia antiga. As colheitas mais importantes da época eram a cevada e o trigo. Os terrenos às margens do rio Nilo eram os mais cobiçados entre os fazendeiros, pois, uma vez por ano o Nilo inundava o solo tornando-o muito mais fértil para o plantio e para a colheita.

O terreno de Azibo, não ficava próximo às margens do rio Nilo, porém, usava a agricultura de cevada e trigo como fonte de rendimento e sustento de sua família. Azibo plantava cevada e trigo, na parte onde não fez o jardim (parte plantada).

Sabendo que em  $\frac{3}{4}$  da parte não plantada ele plantou a cevada, que parte do terreno (lote inteiro) é plantada a cevada?

Faça a representação gráfica de resolução do problema, escreva a expressão aritmética do problema e represente a operação e o resultado na reta numérica.



A solução gráfica foi rapidamente encontrada pelos professores. Mas relacionar essa representação gráfica com a representação aritmética e geométrica foi um dificultador. Os professores inicialmente encontraram de imediato o produto  $\frac{3}{6}$ , conforme figura 2, e questionavam como poderiam encontrar o produto  $\frac{6}{12}$  de modo a conseguir generalizar a regra da multiplicação.

## Figura 2

*Solução encontrada pelos professores da SDA “Agricultura Egípcia” (Romeiro, 2017, p. 142)*

Plantada	Cevada	
		Não plantada

*Sara:* Como que o aluno deduz que  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  é a mesma coisa que  $\frac{3.2}{4.3}$ ? Isso ele não chegou visualmente, ele chegou no  $\frac{3}{6}$ . Vai falar multiplica esse com esse (numerador com numerador) e esse com esse (denominador com denominador) e chega no  $\frac{6}{12}$ . Daí você fala que agora é só simplificar que ele vai chegar no  $\frac{3}{6}$ . Mas daí você está dando pronto. Ele (aluno) não está chegando na resposta.

*Isabela:* E se você falar da metade?

*Sara:* Mesmo assim ele não está deduzindo. Você está dando uma situação meio que pronta.

*Isabela:* O aluno não sabe ainda que é para multiplicar o numerador e o denominador?



*Sara:* Ele não sabe que é para multiplicar. Então, só se você der pronto. Bom, divido o  $\frac{3}{6}$  ao meio, que é a mesma coisa que  $\frac{1}{2}$ , mas também é a mesma coisa de  $\frac{6}{12}$ . Só se der o caminho mais ou menos.

*Isabela:* Quando vamos ensinar multiplicação de frações, eles já viram soma e subtração. Então, eles já sabem que precisam encontrar as equivalentes. Só se aqui a gente partir para esse caminho também.

*Sara:* Eu não acho que tem que fazer isso. Eu iria por esse caminho de dar meio que pronto. Depois representaria na reta numérica.

(Diálogo entre os professores, OD, 8).

Como o excerto nos mostra, a fala dos professores já demonstra uma preocupação em buscar a relação lógico-histórica do conceito de fração e suas operações, dando indícios de superação da valorização apenas da regra mecanizada e reconhecendo os limites da resolução de problemas particulares envolvendo este conceito.

Porém, para generalizar a regra da operação de multiplicação de frações era necessário que os professores saíssem do campo das aparências externas para analisarem as relações internas do problema chegando à abstração e à generalização teórica, ou seja, chegando à forma geral de resolução de multiplicação de frações. Porém, os professores não conseguiram chegar a esta abstração, pois, se baseavam nas formas cristalizadas da representação gráfica, típico do ensino tradicional, que valoriza a generalização por meio de exemplos gráficos ou aritméticos e de regras pré-estabelecidas. Esse excerto corrobora a compreensão de que o pensamento empírico é um dificultador para o desenvolvimento do pensamento teórico do conceito (Davidov, 1988).

Buscando superar tal compreensão empírica, optamos por compartilhar de forma dialogada com os professores outra possibilidade de representar o problema. Inicialmente a resolução compartilhada com os professores seguiu o mesmo percurso de representação da fração proposto por eles, reconhecendo as partes correspondentes à área plantada do terreno e à área não plantada:  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{2}{3}$ , respectivamente. No entanto, a forma de representação mudou, em relação ao

que o grupo havia feito, quando a formadora/pesquisadora propôs compreender a multiplicação de frações como sendo parte “de” uma parte, ou seja,  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$ , não de forma particular de uma parte do terreno, mas envolvendo o terreno completo, conforme demonstrado na figura 3.

### Figura 3

*Representação gráfica da operação de multiplicação compartilhada com os professores (Romeiro, 2017, p. 143)*

Plantada	Cevada	
		Não plantada

A partir dessa forma de pensar a multiplicação de frações, parte de uma parte, a professora Sara disse:

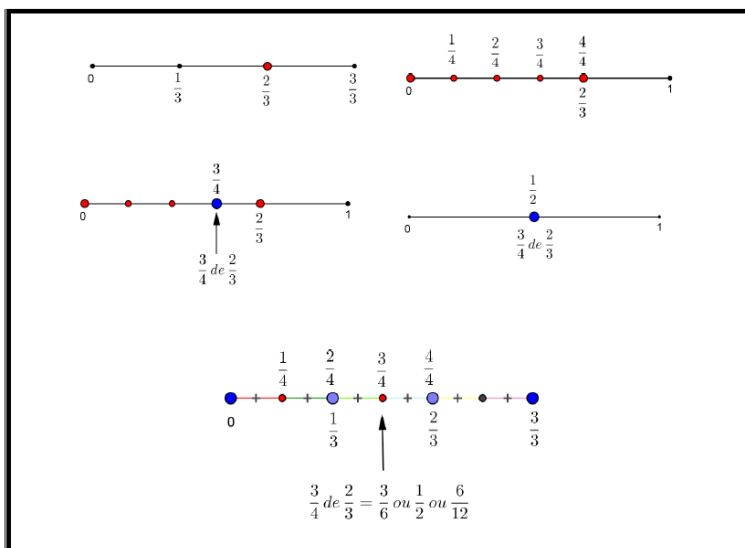
Pensando assim, sim, saiu direto o  $\frac{6}{12}$ . [...] agora dá pra ele deduzir que  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  é  $\frac{6}{12}$ . Daí eu consigo chegar na multiplicação que  $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{6}{12}$ . Depois eu trabalho as equivalentes, inclusive a irredutível  $\frac{1}{2}$  (Sara, EF, 8).

A representação gráfica encontrada pelos professores e a apresentada pela formadora/pesquisadora estão corretas, porém, é mais simples compreender e chegar à abstração e generalização teórica da regra da operação com frações a partir da compreensão das relações internas e externas, ou seja, que a multiplicação de frações significa “parte de uma parte”, estabelecendo assim a relação algébrica:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ . Essa forma de generalização envolve a inter-relação aritmética (representação numérica e operações), algébrica (propriedade) e geométrica (representação gráfica), em situações gerais ou particulares.

Para relacionar o resultado da multiplicação entre as frações e sua representação aritmética simplificada, ou seja, que  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$  ou  $\frac{1}{2}$ , foi solicitado aos professores que realizassem a multiplicação na reta numérica. Após a compreensão do significado da multiplicação como “parte de uma parte”, os professores realizaram a multiplicação de maneira mais rápida e com outra qualidade na compreensão, como mostrado na Figura 4 a seguir:

**Figura 4**

*Solução da SDA “Agricultura Egípcia” realizada pelos professores na reta real (Romeiro, 2017, p. 145)*



Nesta situação apresentada, a regra da operação de multiplicação de frações, passa a ser uma consequência do processo de desenvolvimento do conhecimento, uma generalização desse movimento, e não o seu ponto de partida, como aparece na educação baseada na lógica-formal.

A multiplicação de frações, é abordada no material oficial do Estado de São Paulo no volume 1 do caderno do professor do 6º ano (São Paulo, 2014a, pp. 50-51), envolvendo multiplicação de um número inteiro por uma fração e

no volume 1 do caderno do professor do 7º ano (São Paulo, 2014b, pp. 27-32), envolvendo multiplicação entre diferentes frações. Neste material, o professor é orientado a abordar a operação envolvendo a representação geométrica a partir da expressão “parte de uma parte”, convergindo com a forma lógico-histórica de produção da operação. Um exemplo de tarefa contida no caderno do professor para abordar o conceito de multiplicação de frações é a seguinte:

### Figura 5

*Tarefa correspondente a abordagem da operação de multiplicação com fração no Caderno do Professor (São Paulo, 2014b, p. 29)*

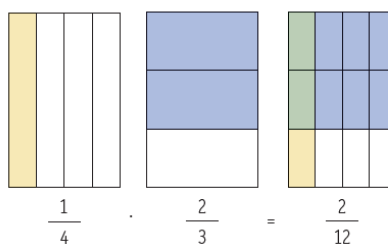
Um pintor utiliza  $\frac{1}{3}$  de uma lata de tinta e, em seguida,  $\frac{1}{4}$  do que restou de tinta na lata.

a) Escreva uma operação com frações que represente corretamente a fração da lata que foi utilizada da última vez.

Ao utilizar  $\frac{1}{3}$  da lata, restam  $\frac{2}{3}$ .

Como da última vez utilizou-se  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{2}{3}$ , a operação procurada é  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$ .

b) Realize a operação indicada no item anterior utilizando “barrinhas”.



É possível identificar que a abordagem do material oficial sobre a operação de multiplicação de frações, converge com a situação desencadeadora

de aprendizagem “Agricultura Egípcia”, proposta aos professores. A professora Sara demonstra ter identificado essa relação:

Na apostila trabalha assim, [...] o problema da lata de tinta. Fulano usou no primeiro dia metade da lata. No outro dia usou  $\frac{2}{3}$  do que sobrou, ou seja,  $\frac{2}{3}$  da metade. Se ele usou metade em um dia, sobrou metade para o outro dia. Se trabalhar a apostila tem que fazer a representação geométrica, justamente isso que estamos fazendo agora (Sara, EF, 8).

A partir da aproximação dos elementos do conhecimento teórico sobre multiplicação de frações, os professores foram fazendo relações com o material oficial, incluindo a forma de organização de ensino e o uso do material didático.

O caderno do aluno não começa direto com a multiplicação para representar. Ele começa com a metade de um terço. Então começa com a representação de um terço e pega metade deste terço e deduz que dá um sexto. Aí depois que vira multiplicação. [...] Isso dá sentido quando eu falo metade de um terço (Sara, EF, 8).

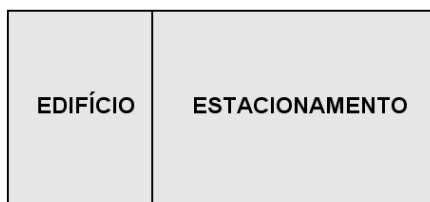
Diante dos dados, aqui expressos na fala da professora Sara, podemos perceber que o material oficial (caderno do professor) passa a ser analisado de modo mais consciente e crítica à medida que os professores demonstram uma compreensão mais teórica sobre o conceito abordado. Para que pudéssemos analisar mais cuidadosamente essa relação entre a aproximação dos elementos teóricos sobre multiplicação de frações e o uso do material didático como mediador da atividade do professor e da organização do ensino, solicitamos aos professores que produzissem em grupo uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem sobre multiplicação de frações. Os professores poderiam, nesta produção, buscar o instrumento mediador que melhor se adequasse à intencionalidade de ensino.

O grupo do professor Vitor, propôs a seguinte Situação Desencadeadora de Aprendizagem sobre o conceito de multiplicação de frações:

## Figura 6

*SDA elaborada pelo grupo do professor Vitor (Romeiro, 2017, p. 170)*

*Uma equipe de engenheiros, buscando uma área para construção de um prédio, encontrou um terreno, conforme a figura. Neste terreno conseguiram construir uma torre com estacionamento para carros e motos. Sabendo que  $\frac{1}{4}$  do estacionamento será reservado para motos, qual a parte total do terreno correspondente para as motos?*



A gente buscou fazer uma SDA [...] em que o aluno terá que buscar todas as informações no texto e na figura para resolver o problema. O objetivo é fazer as subdivisões para chegar na parte que é reservada para motos e concluir a propriedade da multiplicação com eles (alunos) (Vitor, EF, 10).

Essa proposta se aproxima da SDA “Agricultura Egípcia”, bem como da forma de explanação do assunto nos materiais oficiais do Estado de São Paulo, em que estão presentes elementos constitutivos do pensamento teórico, conforme apresentado nas figuras 3 e 4, e não apenas a regra a partir de modelo pronto. A generalização da operação, com base na análise e na dedução, aparece como uma necessidade da atividade de ensino do professor, como forma de dar sentido ao conceito para os alunos, evitando possíveis confusões na resolução de problemas ou tarefas.

*Vitor:* Eu acho que este problema ajuda muito a entender essa multiplicação.

*Sara:* Mas o caderno do aluno trabalha bastante isso.

*Gustavo:* A gente foi educado assim, pela regra, sem pensar muito. A gente acaba aplicando aquilo, que dá certo, então vamos lá. E acaba esquecendo de pensar por que é assim.

*Vitor:* É interessante a gente também se fazer essa pergunta: “Por que é assim?”

(EF, 10).

Esse excerto mostra indícios de que os professores reconhecem a necessidade de compreender o conceito em todas as suas relações, não se contentando apenas com o modelo cristalizado. A novo modo de compreender o conceito levou os professores a organizar a apresentação desta operação para os alunos de maneira a revelar essas relações essenciais não manifestas apenas no uso da regra cristalizada.

É complicado, mas depois que você pega o jeito, você começa a entender melhor. Agora eu já posso falar de frações na sala de aula. Antes eu não me arriscava, ia pela regra mesmo. Agora eu estou mais confiante. (Vitor, CI, 8).

A proposta apresentada pelo grupo e a afirmação do Prof. Vitor demonstram a mudança na compreensão, na organização do ensino e na utilização do material oficial, pois, traz elementos constitutivos do conhecimento teórico, conforme descrito por Davidov (1988). Vale lembrar que, como apresentamos anteriormente, o professor começou o experimento formativo defendendo que a melhor forma de abordar a multiplicação de frações era começar da forma “mais simples possível... numerador com numerador e denominador com denominador e multiplica normal” (Vitor, EF, 8).

Ao compreender teoricamente a multiplicação de frações, o uso do material ganha nova dimensão, se transformando em um instrumento mediador na atividade de ensino do professor que passa a evitar a apresentação da operação pela lógica do modelo a partir da regra. Apesar de reconhecerem a possibilidade de que o material oficial possa ser utilizado como um instrumento mediador importante, os professores também compreenderam que ele não pode ser o único instrumento, uma vez que, na abordagem de alguns conceitos, o material não traz todos os elementos necessários para o completo desenvolvimento do pensamento teórico.

Ao compreenderem o material oficial como um mediador possível, os professores passaram a compreendê-lo como meio no processo de organização do ensino e não como fim em si mesmo. Assim, demonstraram entender que o material oficial não pode ser usado como um manual obrigatório a ser seguido nas aulas, conforme relatado pela professora Isabela sobre como interpretava a utilização dos materiais oficiais, considerando as orientações dadas pela equipe gestora, justificadas pela comanda dada pelos órgãos centrais: “nós somos praticamente obrigados a utilizar os cadernos” (Isabela, EF, 10), mas sim, que este material deve ser usado a partir de uma análise crítica e consciente e de forma coerente com a intencionalidade do professor.

Após o experimento, os professores deram indícios da intencionalidade e autonomia ao trabalhar a Situação de Aprendizagem produzida ou pela tarefa escolhida no material oficial, enfatizando a necessidade de os alunos compreenderem a operação em todas as relações e não apenas a regra cristalizada. Assim, a análise dos dados apresenta indícios de que o desenvolvimento do pensamento teórico propicia uma mudança na atribuição de sentido aos modelos e às regras cristalizadas, valorizando as relações do conceito para além da aparência. De forma decorrente, muda também o sentido que o professor atribui ao material mediador na atividade de ensino e, em particular, muda a forma de escolher, utilizar ou adequar o material oficial como instrumento mediador na atividade de ensino.

## CONCLUSÕES

Ao longo desse artigo tivemos por objetivo apresentar resultados de pesquisa que demonstram a relação entre o movimento do desenvolvimento do pensamento teórico dos professores sobre multiplicação de frações e a relação que os professores atribuem aos instrumentos mediadores na atividade de ensino, em particular, a forma como os professores escolhem, utilizam ou adequam os materiais oficiais do Estado de São Paulo na organização do ensino.

Para isso apresentamos os referenciais teóricos da perspectiva Histórico-Cultural que fundamentaram a pesquisa e, em particular, elementos da Teoria da Atividade (Leontiev, 1978, 1988) e na Teoria do Ensino Desenvolvimental (Davidov, 1988). Em coerência a tais referenciais, apresentamos experimento formativo tomado como estratégia metodológica



para a investigação desenvolvida junto a professores de matemática do Ensino Fundamental da Rede pública Estadual de SP.

Os dados analisados revelaram que inicialmente os professores apresentavam as operações com frações envolvendo as regras mecanizadas e a repetição de exercícios, sem desvendar a essência dessas operações. No entanto, à medida que entendem teoricamente o sentido da operação, em particular para este artigo, a operação de multiplicação entre frações, passam a revelar, por meio de suas falas e propostas de ensino, a compreensão acerca da importância da inter-relação dos elementos aritméticos, algébricos e geométricos. Além dos professores indicarem indícios da compreensão sobre a importância da inter-relação dos elementos matemáticos, também passaram a reconhecer a importância de colocar o aluno em movimento na busca pela solução, respeitando a sua atividade principal.

Paralelamente, temos que os professores antes do experimento formativo utilizavam o material didático oficial para reproduzir os modelos dados previamente por eles, em que os alunos classificavam os exercícios a partir dos modelos e os repetiam diversas vezes, o que naquele momento era entendido como uma forma de garantir a aprendizagem do conceito. À medida que os professores vão demonstrando indícios de um pensamento teórico sobre o conceito, o desenvolvimento das situações desencadeadoras passa a mostrar indícios de ressignificação aos materiais didáticos oficiais. Os professores durante a apropriação dos elementos teóricos da fração foram fazendo relações e referências a este material, não mais como material de apoio reprodutor dos modelos dados previamente, mas como um instrumento mediador na organização do ensino de modo a desenvolver o pensamento teórico sobre a fração, envolvendo todas as relações externas e internas.

Diante desses resultados, podemos concluir que os professores perceberam que o material oficial do Estado de São Paulo, que acompanha a prática docente diária, tem potencialidades para ser um instrumento mediador na atividade de ensino sobre o conceito de fração, não o compreendendo mais como um manual a ser seguido. Nesse sentido, o instrumento assume o papel esperado de mediação no processo de ensino e não de fim em si mesmo.

Com base nessa análise, identificamos indícios de mudança no sentido atribuído aos materiais oficiais, estando esses a serviço da atividade de ensino do professor e não o contrário, se materializando então, como um instrumento mediador da sua atividade de ensino. Concordando com Marx (1996), quando

o instrumento materializa a ação consciente do homem para determinado fim, este instrumento passa a ser um mediador externo da ação do trabalho humano.

Concluimos assim que é importante pensar a formação de professores para além de mera execução de políticas públicas, o que pode gerar alienação do seu trabalho, mas sim, pensar a formação de professores de matemática buscando desenvolver uma atividade consciente, autônoma e criativa. Para isso, é importante levar o professor ao conhecimento de toda construção histórica e cultural do conceito matemático, aproximando-os do desenvolvimento do pensamento teórico. A partir dessa compreensão teórica, espera-se que os professores, de forma intencional e consciente, selecionem os melhores instrumentos mediadores da sua atividade de ensino.

### **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos este trabalho aos onze professores da rede pública estadual de São Paulo da Diretoria de Ensino Guarulhos Norte participantes da pesquisa, que se envolveram nas propostas apresentadas no curso de formação continuada, bem como nas produções de novas propostas. Agradecemos também aos colegas do GEPPEDH-Mat que auxiliaram em todo percurso da pesquisa.

### **CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES**

V.D.M. foi responsável pela orientação sobre os pressupostos teóricos e pelos encaminhamentos metodológicos. I.O.R. coletou e analisou os dados à luz da teoria e metodologia escolhida. Ambos os autores discutiram e analisaram os resultados, bem como contribuíram para escrita deste artigo.

### **DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS**

Os dados dessa pesquisa serão disponibilizados pelos autores mediante solicitação razoável.

### **REFERÊNCIAS**

Brasil. MEC. (2002). *Referenciais para a formação de professores*.

[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=48631-reformprofl&category\\_slug=documentos-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=48631-reformprofl&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192)

- Boyer, C. B. (2010). *História da Matemática*. Blucher.
- Caraça, B. J. (1989). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Livraria Sá da Costa Editora.
- Cedro, W. L. (2008). *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. [Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil].  
<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-17122009-080649/pt-br.php>.
- Cedro, W. L. & Moura, M. O. (2010, Junio). Experimento didático: un camino metodológico para la investigación en la educación matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (22), 53-63.
- Davídov, V. V. (1983). *Tipos de generalización em la enseñanza*. Editorial Pueblo Y Educación.
- Davidov, V. V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental*. Editorial Progreso.
- Freitas, H. C. L. (2002, setembro). Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. *Educação e Sociedade*, 23(80), 136-167.
- Leontiev, A. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo* (261-284). Horizonte.
- Leontiev, A. (1988). Uma Contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In Vigotskii, L. S., Luria, A. R., & Leontiev, A.N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem* (59-83). Ícone, Editora da Universidade de São Paulo.
- Libâneo, J. C. (2004). A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. *Educar em Revista*, (24), 113-147.  
<https://www.scielo.br/pdf/er/n24/n24a06.pdf>
- Martins, L. M. (2006). As aparências enganam: divergências entre o

materialismo histórico dialético e as abordagens qualitativas de pesquisa. *GT: Filosofia da Educação - UNESP*, (17), 1-17.  
[https://social.stoa.usp.br/articles/0016/4005/As\\_aparA\\_ncias\\_enganam\\_-\\_divergencias\\_entre\\_o\\_mhd\\_e\\_as\\_abordagens\\_qualitativas.pdf](https://social.stoa.usp.br/articles/0016/4005/As_aparA_ncias_enganam_-_divergencias_entre_o_mhd_e_as_abordagens_qualitativas.pdf).

- Marx, K. (1996). *O capital: crítica da economia política*. (Vol. 1). Editora Nova Cultural.
- Moura, M. O. (1996). *Controle de variação de quantidades: atividades de ensino*. Faculdade de Educação da USP.
- Moura, M. O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública*. Universidade de São Paulo.
- Moretti, V. D. (2007). *Professores de matemática em atividade de ensino: Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente*. [Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil].  
<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05102007-153534/pt-br.php>.
- Moretti, V. D. (2014). O problema lógico-histórico: aprendizagem conceitual e formação de professores de matemática. *Poiésis*, (n.e.), 29-44.
- Nunes, C. S. C. (2000). *Os sentidos da formação contínua de professores: o mundo do trabalho e a formação de professores no Brasil*. [Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil]. <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251005>.
- Romeiro, I. O. (2017). *O movimento do pensamento teórico sobre o conceito de fração e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino*. [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, SP, Brasil].  
<http://repositorio.unifesp.br/handle/11600/50253>
- Romeiro, I. O. & Moretti, V. D. (2016). Pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária: implicações para a formação docente. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)*.  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4996\\_3171\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4996_3171_ID.pdf)
- Rosa, J. E. (2012). *Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações*

numéricas. [Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil]. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/27054>.

- Rosa, J. E., E.S.F. Holbold, C.S. Bernardo, D.A. Corrêa, & G.M. Inácio. (2013). Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico-Cultural. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. 8(Ed. Especial), 227-245.
- São Paulo. Secretaria da Educação. (2012). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*. SE.
- São Paulo. Secretaria da Educação. (2014a). *Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Professor: Matemática, Ensino Fundamental – Anos Finais, 5ª série/6º ano, (Vol. 1)*. SE.
- São Paulo. Secretaria da Educação. (2014b). *Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Professor; Matemática, Ensino Fundamental – Anos Finais, 6ª série/7º ano, (Vol. 1)*. SE.
- São Paulo. Secretaria da Educação. (2014c). *Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Professor; Matemática, Ensino Fundamental – Anos Finais, 5ª série/6º ano, (Vol. 2)*. SE.
- Vigotski, L. S. (2010). *A construção do pensamento e da linguagem*. Editora WMF Martins Fontes.