



Análise kuhniana de por que, mesmo após as contribuições de Euler, o princípio fundamental do movimento ainda é “segunda lei de Newton”

Camila Maria Sitko ^{a, b, c}

Marcos Rodrigues da Silva ^d

^a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Física, Curitiba, PR, Brasil

^b Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Marabá, PA, Brasil

^c Instituto de Estudos Superiores de Fafe, Centro de Investigação, Desenvolvimento e Inovação, Fafe, Portugal

^d Universidade Estadual de Londrina, Programa de Pós Graduação em Filosofia, Departamento de Filosofia, Londrina, PR, Brasil

Recebido para publicação 21 maio 2020. Aceito, após revisão 23 abr. 2021

Editor designado: Renato P. dos Santos

RESUMO

Contexto: O princípio $F = ma$ foi produzido por Euler, entre 1752 e 1776, e não por Newton, em 1687, como em geral é trazido nos manuais de Física. Foram necessários mais de sessenta anos de desenvolvimentos conceituais e matemáticos para a elaboração desse princípio fundamental da mecânica. Ainda assim, depois de todo esse tempo, o princípio continua a ser denominado “lei de Newton”. **Objetivos:** Este trabalho busca discutir os possíveis motivos que levaram à omissão das contribuições de Euler para a elaboração do princípio fundamental da mecânica. **Design:** O estudo enquadra-se como uma análise documental, seguido de análise filosófica sobre o material pesquisado. **Coleta e análise dos dados:** Foi realizada uma pesquisa histórica, utilizando fontes primárias e secundárias, com relação aos motivos que levaram a tal omissão. Após isso, foram elencadas quatro hipóteses principais. A estrutura filosófica de Thomas Kuhn foi aplicada sobre essas hipóteses, para embasar a explicação da omissão histórica. **Resultados:** A partir da análise kuhniana, foi apresentado e discutido o paradigma newtoniano, do qual o princípio formulado por Euler faz parte. **Conclusões:** O princípio permanece sendo “de Newton”, devido a estar dentro do paradigma newtoniano; e a conclusão de que o princípio é newtoniano está de acordo com uma imagem de ciência dentro dos parâmetros do campo de ensino de ciências.

Palavras-chave: Segunda Lei do movimento; Segunda Lei de Newton; $F = ma$; Leonhard Euler; Thomas Kuhn.

Autor correspondente: Sitko, Camila Maria. Email: camilasitko@yahoo.com.br

Kuhnian analysis of why, even after Euler's contributions, the fundamental principle of motion is still “Newton's second law”

ABSTRACT

Background: The $F = ma$ principle was produced by Euler, between 1752 and 1776, and not by Newton, in 1687, as is usually brought up in the physics manuals. It took more than sixty years of conceptual and mathematical developments to develop this fundamental principle of mechanics. Still, after all this time, the principle continues to be called "Newton's law". **Objectives:** This paper seeks to discuss the possible reasons that led to the omission of Euler's contributions to the elaboration of the fundamental principle of mechanics. **Design:** The study fits as a documentary analysis, followed by a philosophical analysis on the researched material. **Data collection and analysis:** Historical research was carried out, using primary and secondary sources, regarding the reasons that led to such omission. After that, four main hypotheses were listed. Thomas Kuhn's philosophical structure was applied to these hypotheses, in order to support the explanation of the historical omission. **Results:** From the Kuhnian analysis, the Newtonian paradigm was presented and discussed, of which the principle formulated by Euler is part of. **Conclusions:** The principle remains “Newton's”, due to being within the Newtonian paradigm; and the conclusion that the principle ought to remain Newtonian matches the image of science within the baselines of the field of science teaching.

Keywords: Second Law of motion; Newton's Second Law; $F = ma$; Leonhard Euler; Thomas Kuhn.

INTRODUÇÃO

Já é um lugar-comum, nos círculos acadêmicos, a tese de que a ciência é uma atividade comunitária e que envolve muitos participantes; algumas histórias da ciência, no entanto, devido a algum tipo de orientação (intelectual, editorial etc), omitem diversos participantes de uma construção científica. Um exemplo disso é a chamada “Segunda Lei do Movimento” de Isaac Newton, cuja fórmula original difere da fórmula ensinada ($F = ma$). Tal fórmula, proposta por Euler, é apresentada pedagogicamente omitindo-se o nome de Euler.

Em um primeiro momento, um pesquisador de ensino de ciências (ou um professor de Física historiograficamente bem instruído) poderia se sentir desconfortável com tal omissão; não é este, porém, o ponto central deste artigo. Ao invés, a omissão (conceitualmente falando) revela algo estrutural acerca da construção do conhecimento científico. Vejamos.

Vamos supor que um professor de Física, ao ensinar a Segunda Lei do Movimento, enunciasse que ela foi formulada por Euler. Esse professor poderia fazê-lo de duas formas: i) simplesmente dizendo que Euler a produziu; ii) mostrando que Euler *desenvolveu* uma concepção (que redundou na segunda lei como conhecemos hoje) *a partir de uma estrutura conceitual vigente*.

Ao optar por (i), o professor simplesmente acrescentou um nome à história da ciência; ao optar por (ii), no entanto, o professor apresentou um traço fundamental do conhecimento científico: cientistas, como Euler, podem propor novidades conceituais como “ $F = ma$ ”, pelo fato de que operam no interior de um universo científico já em andamento. Assim, ao optar por (ii), o professor comunicou aos seus alunos não apenas uma informação, mas revelou também um traço característico da natureza da ciência: sua forma de desenvolvimento.

Além disso, tal forma de desenvolvimento é bastante frequente na ciência, pois vemos que logo que a segunda lei do movimento foi enunciada por Euler, em 1752, na forma moderna ($F = ma$), esta foi imediatamente aceita e utilizada pela comunidade, não havendo controvérsias nem dúvidas a respeito do seu uso. Euler tinha uma capacidade incrível de sistematização e generalização, e talvez tenha sido isso que o permitiu levar a mecânica à forma relativamente definitiva que hoje conhecemos (Gautschi, 2008). A linguagem de fácil acesso que traz, tal como a que aparece na obra em que escreveu as cartas a uma princesa alemã (Euler, 1823), pode ter facilitado a disseminação da obra de Euler.

Entretanto, como afirmam Maltese (1992), Truesdell (1975) e demais historiadores, a lei, na forma $F = ma$ foi dada como óbvia, pois todo o ferramental necessário já estava às mãos de Euler, ao ponto de se pensar que nunca houvera um momento em que essa lei não fosse de Newton.

É difícil perceber hoje que a aplicação da lei do movimento de Newton a tipos de sistemas com muitos graus de liberdade não era trivial, e em alguns casos, não era possível de ser realizada. Um detalhe importante para essa percepção é o uso de coordenadas intrínsecas no século XVII. Cannon e Dostrovsky (1981 *apud* Maltese, 1992, p. 32) partilham dessa opinião, e ainda afirmam que a negligência com a mecânica do século XVIII é justamente devido a esse “*grande salto de complexidade*”, que logo após a construção de $F = ma$, ficou dito como óbvio.

No entanto, na realidade, foi necessária uma compreensão da generalização da lei, assim como o abandono de princípios colaterais. Nesse período, antes de Euler, a segunda lei do movimento não era adotada como

princípio fundamental, mas como mais uma lei dentre muitas. Euler (e outros, como os Bernoullis e d'Alembert, por exemplo) teve responsabilidade na imagem que temos de Newton hoje (Sitko, 2019b).

Hoje, todo o árduo trabalho de décadas e de dezenas de cientistas e o desenvolvimento de novos conceitos foram ignorados. Todos aceitam a lei, mas a chamam simplesmente de lei de Newton.

Maltese acredita (1992) que possa ter sido a dificuldade de compreensão dos *Principia* que fez com que as matematizações de Euler fossem incluídas como sendo de Newton, a fim de tornar mais “inteligível” o conteúdo da obra, como se tudo o que Euler elaborou estivesse contido na obra de Newton, mas que precisasse de uma “explicação” mais clara. Entretanto, acreditamos que a explicação não seja tão trivial assim, conforme mostra Sitko (2019a, 2019b).

Outros cientistas já haviam escrito a forma moderna, como Varignon, em 1703, ao escrever sobre a queda de corpos; como Taylor, que em 1715 havia estudado a frequência de vibração de uma corda, utilizando a segunda lei na forma moderna para tal problema; como Hermann, que havia escrito a forma moderna em 1716; assim como Johann Bernoulli, o qual havia utilizado as coordenadas ortogonais para a resolução de problemas mecânicos, em 1742.

Ou seja, o uso do formato diferencial já havia sido feito, então por que dizemos que Euler foi o primeiro? Porque novamente, defendemos que não é uma mudança de caracteres matemáticos que foi realizada, mas uma mudança conceitual¹, e uma generalização física e matemática.

O fato é que a lei proposta por Newton não é a mesma lei proposta por Euler (conforme Sitko 2019a), a qual chamamos atualmente pelo nome de “lei de Newton”. Por algum motivo, ou mais de um, a história da mecânica contada nos manuais praticamente ignora as contribuições de Euler e todo o desenvolvimento conceitual pós-newtoniano. Dessa forma, surge o questionamento de quais teriam sido as razões para que essa omissão (ou distorção) na história da construção do princípio fundamental da mecânica ocorresse.

Assim, são destacadas neste trabalho quatro hipóteses principais que acreditamos terem influenciado a comunidade científica e o público em geral, ao longo dos anos, a defender a ideia de que não houve nenhuma produção

¹ Já tratada em Sitko 2019a; 2019b.

conceitual posterior à de Newton, o que já se sabe não ser verdade, de acordo com Sitko (2019a, 2019b). As hipóteses elencadas são:

1) a forte influência do Newtonianismo na Europa, logo a partir da criação dos *Principia*;

2) a repercussão que a Edição Jesuíta (EJ) dos *Principia* (publicada entre 1739 e 1742) teve na Europa, na qual aparece a lei de Newton de uma forma mais analítica (mas com visão ainda geométrica);

3) a influência da obra *Mécanique Analytique*, de Lagrange, de 1788, em que este omite o trabalho de Euler nas produções da lei do movimento e afirma Newton como o último produtor de conceitos em mecânica;

4) a obra e visão do influente físico e filósofo Ernst Mach, já no século XIX, o qual também defende que após Newton, somente houve reformulações matemáticas, mas não a criação de novos conceitos em mecânica.

Acreditamos que a ciência é uma construção que depende de contexto, alianças, divulgações, desenvolvimentos conceituais, cientistas, natureza, enfim, inúmeros elementos diferentes. Devido a isso, as quatro hipóteses vão nessa direção, de mesclar influências, desenvolvimentos científicos e contextos, os quais irão corroborar para a emergência da “segunda lei de Newton”.

Neste texto, são abordadas mais detalhadamente cada uma das quatro hipóteses e os motivos pelos quais acreditamos que estas influenciaram a omissão das contribuições de Euler para a elaboração do princípio fundamental e reduziram todos os desenvolvimentos conceituais às páginas dos *Principia*. Após o detalhamento das hipóteses, é apresentado o referencial teórico de Kuhn; em seguida, esse referencial é utilizado para explicar a omissão histórica. Na conclusão, apontamos a importância da discussão histórica aqui apresentada para o ensino de ciências.

PRIMEIRA HIPÓTESE: O NEWTONIANISMO

A Mecânica Analítica era conhecida por tratar problemas de matemática pura, sem se preocupar com a realidade dos problemas, enquanto que a mecânica newtoniana tratava do mundo (ou pelo menos é o que a maioria dos que liam entendia). Será possível que o apelo newtoniano de tratar esses problemas reais tornou a produção do princípio fundamental de Euler uma apropriação de Newton, já que esta proposta por Euler era uma construção que funcionava para o mundo e não somente para a matemática, como era o usual

dos matemáticos analíticos? Newton era um personagem forte nessa história, e certamente teria a capacidade de levar o nome da produção do novo princípio, não somente por tratar de problemas reais, mas por outros motivos, que serão mencionados a seguir, a fim de embasar porque esta hipótese foi estabelecida.

Os *Principia* trouxeram uma nova visão para a Europa. Seguidores de Newton (como o astrônomo Edmond Halley, por exemplo, que era um formador de opinião), ficaram tão animados com os escritos newtonianos que o colocaram acima dos demais filósofos da época. Entretanto, tal obra foi pouquíssimo lida, possivelmente devido à sua complexidade, mas ainda assim, muito citada; sua fama vem justamente do entusiasmo que esses poucos leitores aptos tiveram. Os pensadores não matemáticos que defendiam as ideias de Newton nem sequer entendiam a parte técnica do livro, como é o caso de John Locke e Voltaire (2015). Estes e muitos outros disseminavam as mensagens da obra de Newton para o público em geral (Dominiczak, 2012), a partir de memórias e tratados acessíveis, elaborados por eles mesmos. O conteúdo era extraído a partir do que os poucos cientistas que leram a obra entenderam e divulgaram para esses filósofos (aí já se nota que algumas interpretações errôneas poderiam ser feitas, propositalmente ou não).

A obra foi então rapidamente disseminada e ampliada por toda a Europa. Muitos desejaram colocar a mecânica descrita nos *Principia* em termos mais fáceis. Não somente os cientistas que fizeram essa “tradução” são responsáveis pela popularização da mecânica newtoniana, mas também o são por transformar sua natureza (Snobelen, 1998). Essa simples tradução não aconteceu, pois juntamente a ela, ocorreu uma elaboração de novos conceitos para a elucidação dos problemas de mecânica de maneira geral, uma vez que os conceitos de Newton eram insuficientes para uma classe mais geral de problemas.

Assim, logo a obra newtoniana ficou conhecida (mesmo que muitos elementos do texto não fossem de Newton) e sua importância foi reconhecida, principalmente nos níveis populares. Já nos níveis dos filósofos, era um pouco diferente; nestes, os *Principia* eram referência, entretanto, não a única obra disponível em mecânica. Quando a obra de Newton chegou às ruas, popularizada, sem matemática, deixou de ser um texto filosófico e matemático para ser uma forma de conhecimento mais prático e agradável. Dessa forma, os responsáveis pela figura de Newton foram então os defensores de suas ideias, os popularizadores (Snobelen, 1998).

Após os *Principia*, outra obra newtoniana muito famosa é *Opticks*, na qual Newton descreve o método experimental de maneira clara e detalhada. Entretanto, não foram apenas as produções dessas duas obras que definem o

Newtonianismo, mas também as interpretações e adaptações dos seus trabalhos a vários meios intelectuais; e mais ainda, uma mistura de ideias científicas, políticas, religiosas, e que é importante frisar, só em parte remetem às ideias originais newtonianas, pois novamente, muitos que se apoiavam em Newton nem mesmo conheciam suas teorias científicas, apenas utilizavam as opiniões de uns poucos conhecedores das obras.

Muito da influência cultural de Newton não veio propriamente de seus trabalhos, mas da inspiração que estes trouxeram devido à nova maneira de abordagem de pensamento. O desenvolvimento dessa nova maneira de pensar a física trouxe reflexos bem definidos na construção de maquinarias, nos melhoramentos técnicos, nas descobertas geográficas, na economia capitalista. Os *Principia* eram ao mesmo tempo uma obra fundacional e inovativa (Bussotti & Pisano, 2014). Newton ficou conhecido como herói pelos franceses devido a ter estabelecido que o movimento dos planetas obedecia às mesmas leis terrestres, ao enunciar a lei da gravitação universal, mas também porque a Inglaterra era conhecida como o lugar da liberdade de pensamento, de acordo com Hankins (1985). Se Newton estivesse na França, talvez suas conquistas não teriam o impacto e o apoio da mesma forma que o tiveram na Inglaterra. Voltaire, por exemplo, associou a liberdade social, cultural e de pensamento inglesa às ideias newtonianas. Ele foi grandemente responsável pela disseminação das ideias newtonianas na Europa (Barra, 2012).

A influência de Newton na religião também era forte, entretanto, seus ideais religiosos eram interpretados por todos os tipos de pessoas, de acordo com suas crenças, mesmo que isso também não remetesse (o que ocorreu muito) às ideias originais de Newton.

Sua sujeição ao papel de Deus em suas teorias também foi um fator decisivo para sua aceitação e continuidade: o sistema newtoniano era teológico-científico. Na época, Newton estava justamente atuando nessa transição de pensamento dos indivíduos (Dominiczak, 2012). O fato então de não eliminar as divindades completamente contou a seu favor devido a essa transição. Todavia, até cerca de 1740, a França ainda não utilizava sua mecânica. Como alguns pensadores como Maupertuis e Laplace trabalhavam com a mecânica celeste newtoniana, logo transformaram tal estudo em um sofisticado sistema de mecânica celeste² livre das ideias religiosas de Newton. Após Darwin, a

² É importante lembrar que esse sofisticado sistema conta com as contribuições de Euler e seus contemporâneos, com conceitos não disponíveis na época de Newton.

religião se tornou algo supérfluo para suportar as ideias científicas, e os preceitos newtonianos já não eram mais tão seguidos.

O que Newton fez foi substituir a mecânica aristotélica e mudar a maneira de se ver o universo, um passo à frente para a ciência moderna. Bussotti e Pisano mostram (2014) como o nascimento dessa ciência moderna, suas contradições, desenvolvimentos, também representam um fenômeno cultural.

Para o matemático newtoniano Colin MacLaurin, foi a metodologia de Newton que fez com que sua tradição fosse perpetuada, “*abriu caminho para as pesquisas futuras, que poderiam confirmar e ampliar suas doutrinas, mas nunca refutá-las*” (MacLaurin, 1742, p.10). Sua obra *Treatise of fluxions* é conhecida como um dos maiores exemplos da visão newtoniana (Maronne & Panza, 2014). Também com sua obra *Account of Sir Isaac Newton’s Philosophical Discoveries* (1748), MacLaurin teve grande responsabilidade na recepção do Newtonianismo.

A popularização da obra de Newton não se deve apenas ao seu trabalho científico, mas a um misto entre este, sua personalidade, sua influência (uma vez que era o presidente da Royal Society e da casa da moeda), e a cultura da época. O contexto em que Newton trabalhava tinha muito a ver com as questões socioeconômicas da época, que eram a Astronomia, a Física, a Geometria e o Cálculo. Newton também ficou conhecido pelo seu aperfeiçoamento de telescópios e outros instrumentos ópticos para navegação; quanto à física que elaborou, esta era totalmente diferente da aristotélica. Os *Principia* eram uma obra teórica, entretanto, como ressaltam Bussotti e Pisano (2014), Newton sempre mencionava a importância prática das suas elaborações.

O Newtonianismo também vem das ideias de instrumentalismo, de movimento determinado pelas forças acelerativas, e da matemática contínua do cálculo. Assim, outros também as utilizaram para seus próprios empreendimentos. A partir disso, muitas de suas ideias foram estendidas e muitos tópicos que hoje tratamos por newtonianos, na verdade não o são. As reformulações matemáticas e conceituais das leis do movimento sofreram reducionismos, que os leigos divulgadores possivelmente não perceberam, e a ideia de Newton como único produtor de $F = ma$ foi perpetuada.

A primeira versão mais acessível dos *Principia* foi criada por Richard Bentley, em 1692 (Snobelen, 1998, p. 160), e depois por William Whiston, em 1707, seguidas de muitas outras. Assim, seu método logo desapareceu e foi substituído pelo analítico, e nessa transição, muita coisa ficou sem ser bem entendida. A Edição de Genebra (EG) dos *Principia* (ou também conhecida

como Edição Jesuíta (EJ)) surge então como um grande sistema de notas explicativas que auxilia na compreensão das ideias, técnicas e metodologias de Newton. A obra tenta explicar as proposições de Newton de maneira mais clara, traduzi-las de maneira mais analítica. A obra explica desenvolvimentos da baseados nas descobertas de Newton. Devido ao seu caráter explicativo, a EJ ficou muito conhecida na Europa no século XVIII, e é a nossa segunda hipótese para a omissão de Euler nas contribuições para a segunda lei.

A partir do que foi aqui exposto, pode-se perceber o quanto o Newtonianismo influenciou a Europa no final do século XVII e início do século XVIII, a partir da substituição da mecânica aristotélica, da forma como pensar nos fenômenos, das crenças religiosas e seu papel na ciência, da cultura estabelecida a partir disso tudo, etc. Essa força que Newton teve em influenciar as pessoas de maneiras tão diversas contribuiu significativamente para que todo o desenvolvimento conceitual pós-newtoniano tenha sido considerado como desmembramentos matemáticos de sua mecânica.

SEGUNDA HIPÓTESE: A EDIÇÃO JESUÍTA DOS PRINCÍPIA

A abordagem de Varignon (1703) da segunda lei foi melhorada por Johann Bernoulli, e foi a base da *Mechanica* de Euler, e, além disso, sua formulação foi utilizada nas notas de rodapé da Edição Jesuíta (EJ) dos *Principia* (Panza, 2002). Tal edição foi elaborada em 4 volumes, baseada na 3ª edição da obra newtoniana, e publicada entre 1739 e 1742, por Thomas Le Seur (1703-1770), François Jacquier (1711-1788), frades franceses e Jean-Louis Calandrini (1703-1758), matemático suíço. A edição contém várias notas de rodapé com explicações, comentários e até reinterpretações da obra newtoniana. Nessa versão, os processos adotados por Newton, que em geral eram de difícil compreensão, foram simplificados e colocados de uma forma mais analítica, mais acessível ao público em geral. O método de equações diferenciais utilizado por Euler em *Mechanica* foi utilizado como base para essas reformulações analíticas dos *Principia* (Rocha, 2017). Sem o método de Euler, essa reformulação não seria possível. A EJ foi reeditada três vezes, sendo a última em 1822, que é a versão analisada por Bussotti e Pisano e também a utilizada neste trabalho.

Essa é uma importante versão, que não somente foi estudada por especialistas, mas também foi utilizada como fonte de explicações dos aspectos da mecânica newtoniana para o público em geral (Pisano & Bussotti, 2016).

Não somente importante, mas como afirma Rocha (2017), não há abordagem mais meticulosa nem mais clássica referência no século XVIII acerca dos *Principia*. Além disso, com a obra, é possível observar o desenvolvimento das ideias em Física nas décadas seguintes aos *Principia*, assim como a diferença entre a abordagem de Newton e a analítica.

Na nota de rodapé explicativa a respeito da segunda lei na EJ, especificamente na nota 31³, encontra-se um fragmento em que os autores comentam a respeito do movimento acelerado, e trazem as equações $G T = 2 S : T$, e também $G T^2 = 2 S$, ambas descrevendo a força acelerativa. Desse trecho, podemos observar que a força é chamada de G, o tempo T e S é a distância percorrida. A partir da equação trazida por Le Seur e Jacquier, se for substituído $G = F$ e a divisão S/T igual à velocidade, será obtida uma relação direta entre força e aceleração ($F \propto a$).

Como já mencionado, tal forma mais analítica foi alcançada baseada no material de Varignon e também de Euler, a qual é uma reinterpretação da lei newtoniana, entretanto, não é a lei proposta por Newton, e, além disso, também não é a segunda lei do movimento proposta por Euler, já que o conceito utilizado nas notas da EJ ainda é geométrico e não partilha dos avanços conceituais necessários para a construção do princípio como geral, que emergiriam somente em 1752.

Apesar disso tudo, o formato explicado nas notas é muito similar ao que hoje é utilizado, e devido ao grande porte da EJ na disseminação da mecânica newtoniana no século XVIII, além da publicação do novo princípio por Euler poucos anos depois, é bem plausível que muitos (cientistas e público em geral) tenham se deixado levar pelo fácil acesso das notas, a fim de procurarem uma explicação mais clara do assunto, esquecendo-se que o conteúdo poderia ter sido modificado por outros⁴, e ignorando o limite entre a essência newtoniana e novas construções.

³ “Coroll.3 celeritas B D, motu uniformiter accelerato acquisita, est semper (5) ut duplum spatium percursum 2 S K, applicatum ad tempus T B, quo percurritur, seu ut 2 S K: T B. quare si vis acceleratrix constans dicatur G; spatium percursum S; tempus quo percurritur T; erit $G T = 2 S : T$ (13) adeoque $G T^2 = 2 S$, seu vis acceleratrix constans in quadratum temporis ducta, est ut duplum spatium eodem tempore vis illius actione descriptum” (NEWTON, 1822, p. 17).

⁴ As notas numeradas, como a nota 31, correspondem a interpretações e anexos dos comentadores, e não a passagens diretas feitas ou pensadas por Newton.

Acreditamos que devido ao que foi discutido a respeito da influência newtoniana e à complexidade da obra original, as versões populares dos *Principia* ganharam força, sem que fossem comparados seus conteúdos e essencialidade. Assim, a EJ e suas notas de rodapé podem ter sido consideradas por muitos como uma obra escrita totalmente por Newton.

A hipótese lançada neste trabalho é a de que quando Euler publica o novo princípio, os popularizadores newtonianos e o público em geral o tomam como algo esteticamente igual (porém, sabemos que não é igual conceitualmente) ao que aparece na nota 31 da EJ, que por sua vez, era compreendido como obra totalmente de Newton, e instantaneamente, $F = ma$ e a generalidade que essa lei trazia passava a ser totalmente fruto do pensamento e elaborações de Newton.

TERCEIRA HIPÓTESE: MÉCANIQUE ANALYTIQUE DE LAGRANGE

No século XVII, houve muitas tentativas de se criar um sistema coerente dos princípios matemáticos da filosofia natural; obviamente, a obra de Newton foi uma bela tentativa, no entanto, seu trabalho não foi reconhecido como “revolucionário” na época, como hoje se pensa (Pulte, 2001). O que era novidade era o uso das leis para a explicação do sistema planetário, mas mesmo a proposição das leis não era entendida como novidade, devido aos trabalhos anteriores de nomes como Huygens e Descartes, que foram inspiração para Newton. A ideia de que este teria criado leis que resolveriam todos os problemas de mecânica foi criada por seus seguidores, como é o caso de Lagrange, em *Mécanique Analytique*, de 1788.

Ainda seguindo essas tentativas, a segunda metade do século XVIII estava inflada de princípios, como comenta Pulte (2001). Esses princípios não foram deduzidos de fenômenos nem de princípios maiores, mas da prática de física matemática apenas; não tinham uma metafísica científica, mas eram relevantes devido ao seu poder de explicação. Entretanto, essa miscelânea de princípios não era tolerada, e era importante encontrar princípios fundamentais que resolvessem todas as classes de problemas. Nessa fase, também não havia mais a preocupação com a existência de entidades, a natureza do espaço, do tempo, mas com questões técnicas. Uma mudança de conceito de ciência aparece então, devido à falta de metodologia ou metafísicas fundacionais, sem reflexões filosóficas.

Como exemplo da mudança da preocupação com a natureza dos fenômenos para as técnicas de descrevê-los é o caso da força atrativa de Newton, a qual possuía uma base ontológica confusa, como apresentado em Sitko (2019a). Os matemáticos do século XVIII preferiam se eximir do trabalho de lidar com esse tipo de confusão e necessidade de metafísicas, e dessa forma, queriam colocar as leis de Newton em uma base cinética, ou seja, de forma a apenas trabalhar com energias, sem se preocupar com a metafísica do conceito de força. Devido a isso, no século XVIII, cada vez mais a física matemática se torna independente das fundações filosóficas, de forma que o poder dedutivo era mais importante que o empírico, e a formalidade era mais importante que a verdade material, ou seja, a ideia é a de que se tivermos axiomas verdadeiros, não precisaremos nos preocupar com a fonte dessa verdade (Pulte, 2001). Além disso, não é suficiente ter axiomas certos e evidentes, mas todo o conhecimento em mecânica deve enquadrar-se sob esses axiomas. O século XVIII teve, assim, muito trabalho na construção desse corpo de conhecimento, tendo elementos dos diferentes programas, mas sendo mais conhecido pela transformação das leis de Newton por Euler.

Até a transformação da lei por Euler, na medida em que os problemas eram resolvidos, Euler e seus colaboradores, como Maupertuis, por exemplo, perceberam que o Princípio da Mínima Ação⁵ podia ser utilizado como princípio organizador de toda a mecânica, ou seja, a partir do qual leis do movimento poderiam ser deduzidas. Tanto é que Maupertuis, um newtoniano convicto, quis substituir o conceito de força de Newton por princípios de mínima ação. Maupertuis fundamentou sua estática no princípio do repouso e a dinâmica no Princípio da Mínima Ação, conforme cita Dias (2006), numa base metafísica. Para Pulte (2001), não é o sucesso empírico que explica essa questão, mas a prática da física matemática, em evidência no século XVIII.

A partir dessas bases e buscando estabelecer uma base dedutivo-axiomática independente das questões metafísicas, Lagrange escreve o *Mécanique Analytique*, publicado em 1788, inteiramente analítico, em contraste ao método geométrico de Newton. Além disso, outro contraste é que a obra de Lagrange trata uma gama de problemas muito maior, como sistemas ligados, corpos rígidos, contínuos etc. Em geral, pode-se dizer que após Newton, a mecânica mudou-se para o continente, e após Euler, especialmente para a França (Grattan-Guinness, 1990), onde estava Lagrange.

⁵ Princípio variacional não-newtoniano.

Euler e seus contemporâneos acreditavam na novidade dos princípios de sua época; entretanto, logo à frente, Lagrange já não esboça a mesma opinião, escrevendo em *Mécanique* que os conhecimentos de força acelerativa após Newton eram apenas sua tradução para a forma analítica (Lagrange, 1811). Para muitos, a obra de Lagrange completa o desenvolvimento da Mecânica Analítica.

Lagrange tinha à mão diferentes princípios de diferentes problemas, e tinha boas razões para aceitá-los como válidos, porque estes descreviam bem diferentes classes de problemas. O objetivo de Lagrange era a organização dedutiva das leis, não a descoberta destas, através da redução delas à generalização.

Diferentemente da obra de Euler, o *Mécanique* não permite construir quantidades físicas como momento linear, centro de massa; apenas trata de energia. É um tratado que não possui imagens e esquemas, apenas raciocínio puramente algébrico. Apesar de não conter nenhuma descoberta, há resultados inéditos de Lagrange. Trata-se de uma teoria de equações diferenciais. Nessa obra, Lagrange renova os princípios de filosofia natural, com o cálculo como a base fundacional.

Lagrange começou sua mecânica com princípios analíticos. Utilizou o Princípio da Mínima Ação de Euler como o princípio universal, mas com outro formalismo, e a partir dele derivou as equações do movimento de Newton (ou de Euler) para forças conservativas. Foi o primeiro trabalho de mecânica que não precisou de um conceito *a priori* de força (Pulte, 2001).

Lagrange queria um sistema dedutivo coerente de leis de repouso e movimento, um sistema analítico, buscando uma “ordem na ciência”, de acordo com o necessitado na época. A geometria permaneceu importante para ele no contexto da descoberta, mas não poderia aparecer para a apresentação e justificação (Pulte, 2001), bem como as fundações filosóficas, que também não apareciam em sua mecânica puramente matemática. Sua mecânica fica, dessa forma, conhecida como instrumentalismo matemático. Para Pulte (2001), a mecânica de Lagrange é uma consequência lógica e ao mesmo tempo, uma dissolução do euclidianismo: coerência lógica no lugar de verdade material.

Para manter a ordem e a unidade da ciência, a Mecânica Analítica busca ferramentas e técnicas matemáticas abstratas, processo que acaba com Lagrange, que escreve a partir de axiomas formais, o que deixa de ser “leis da natureza” para ser uma estrutura dedutivo-axiomática.

Entretanto, tal estrutura foi construída a partir de uma base sólida de conhecimentos já estabelecidos por outros, já mencionados. Mas ao nos

depararmos com a obra de Lagrange, o que chama a atenção, e é relevante neste trabalho, é a omissão quanto à contribuição de Euler para as leis do movimento, e nos perguntamos o porquê de esta ter ocorrido. Em *Mécanique Analytique*, Lagrange comenta:

Mas foi reservado para Newton dar esse novo passo e completar a ciência dos movimentos variados e das forças aceleradas que podem gerá-los. Esta ciência agora consiste apenas em algumas fórmulas diferenciais muito simples; mas Newton utilizou constantemente o método geométrico simplificado pela consideração das primeiras e últimas razões, e se ele usou algumas vezes o cálculo analítico, foi apenas o método de série que ele mesmo empregou, o qual deve ser distinguido do método diferencial, embora seja fácil reuni-los e recordá-los ao mesmo princípio⁶ (Lagrange, 1811, p. 225).

Nesse trecho, podemos perceber que Lagrange afirma que Newton completou a mecânica, mesmo que tenha utilizado métodos geométricos e que hoje se essa ciência é descrita por elementos diferenciais, tal descrição pode ser reencaminhada para o que Newton elaborou, ou seja, Lagrange afirma que Newton é o último a descrever novos conceitos e teorias em mecânica. Na sequência, ainda ressalta que os seus sucessores apenas traduziram suas produções para o formato diferencial:

Os geômetras que, depois de Newton, trataram a teoria das forças aceleradoras, quase todos se contentaram em generalizar seus teoremas e traduzi-los em expressões diferenciais. Daí as diferentes fórmulas das forças centrais encontradas em várias obras de Mecânica, mas as quais não são mais usadas, porque só se aplicam a curvas que deveriam ser escritas sob uma única força tendendo a um centro, e que agora temos fórmulas gerais

⁶ Mais il était réservé à Newton de faire ce nouveau pas et de compléter la science des mouvemens variés et des forces accélératrices qui peuvent les engendrer. Cette science ne consiste maintenant que dans quelques formules différentielles très-simples; mais Newton a constamment fait usage de la méthode géométrique simplifiée par la considération des premières et dernières raisons, et s'il s'est quelquefois servi du calcul analytique, c'est uniquement la méthode des séries qu'il a employée, laquelle doit être distinguée de la méthode différentielle, quoiqu'il soit facile de les rapprocher et de les rappeler à un même principe (p. 225).

para determinar movimentos produzidos por quaisquer forças⁷ (Lagrange, 1811, p. 225).

Entretanto, as fórmulas gerais mencionadas, e que levam em conta quaisquer tipos de força, advêm justamente do trabalho de novas conceitualizações e elaborações de Euler, Bernoulli, d'Alembert e outros.

Euler também foi o responsável pela inserção do formalismo analítico leibniziano na resolução dos problemas de mecânica, assim como pela introdução do conceito de função, o que ampliou o alcance do princípio newtoniano, alterando sua substancialidade, ao resolver problemas que outrora não eram possíveis. Lagrange descreve detalhadamente esse processo, mas como se tais elaborações não fossem mais do que uma simples tradução do pensamento newtoniano, e assim, sem ser necessário mencionar os responsáveis pela nova visão de mecânica.

[...] o efeito da força aceleradora consistindo apenas em alterar a velocidade do corpo, esta deve ser medida pela razão entre o aumento ou a diminuição da velocidade durante qualquer momento não especificado, e a duração deste instante, isto é, pelo diferencial de velocidade dividido pelo tempo; e como a própria velocidade é expressa nos vários movimentos, pelo diferencial do espaço, dividido pelo tempo, segue-se que a força em questão será medida pelo segundo diferencial do espaço dividido pelo quadrado do primeiro diferencial do tempo assumido constante. Assim também o segundo diferencial do espaço [...] irá expressar a força de aceleração cujo corpo deve ser movimentado na mesma direção, e deve, portanto, ser igual à força atual que deve agir nessa direção. Isto constitui o princípio bem conhecido de forças aceleradas⁸ (Lagrange, 1811, p. 226).

⁷ Les géomètres qui ont traité, après Newton, la théorie des forces accélératrices, se sont presque tous contentés de généraliser ses théorèmes, et de les traduire en expressions différentielles. De là les différentes formules des forces centrales qu'on trouve dans plusieurs ouvrages de Mécanique, mais dont on ne fait plus guère usage, parce qu'elles ne s'appliquent qu'aux courbes qu'on suppose dé crites en vertu d'une force unique tendante vers un centre, et qu'on a maintenant des formules générales pour déterminer les mouve mens produits par des forces quelconques.

⁸ l'efflèt de la force accélératrice ne consistant qu'à altérer la vitesse du corps , cette force doit être mesurée par le rapport entre l'accroissement ou le décroissement de la vitesse

Tem-se também que destacar o fato de que Johann Bernoulli, na obra de 1742, além da generalização descrita para o problema das oscilações compostas e redação das respectivas equações de movimento, também deu outro grande passo na mecânica, que foi a introdução do uso de coordenadas cartesianas ortogonais de modo geral (Maltese, 1992). Euler então estabeleceu o uso destas para a resolução de problemas de mecânica, utilizando a decomposição das forças e fazendo as contribuições como independentes entre si. Euler foi o primeiro a expressar a segunda lei newtoniana em formato cartesiano, na obra “*Recherches sur le mouvement des corps célestes en général*”, de 1747 (publicada em 1749), que entretanto, ainda não era o princípio geral.

No entanto, por algum motivo desconhecido, talvez pela visão e grande defesa newtoniana partilhada entre MacLaurin e Lagrange e trazida no *Treatise*, ou talvez pela não separação da geometria por Varignon durante o processo analítico nessa obra (Grabiner, 2004), Lagrange coloca MacLaurin como sendo o primeiro a utilizar essa nova maneira de resolução, conforme o trecho a seguir: “(...) parece que MacLaurin foi o primeiro a usá-lo em seu *Traité des Fluxions*, que apareceu em inglês em 1742; agora é universalmente adotado”⁹ (Lagrange, 1811, p. 227).

Truesdell discorda com bons argumentos (1960b), apontando Johann Bernoulli (1742) como sendo o primeiro a utilizar as coordenadas na solução de um problema de mecânica, o da corda vibrante com duas massas pontuais (Maltese, 2000). Para Truesdell (1968), assim como para Maltese (1992), foi a falta de citação por parte de Lagrange e sua falaciosa argumentação a respeito de que MacLaurin seria o precursor no uso das coordenadas ortogonais que contribuiu fortemente para a imagem errônea de mecânica repassada para a literatura da história da mecânica.

pendant un ins tant quelconque, et la durée de cet instant, c'est-à-dire, par la différentielle de la vitesse divisée par celle du temps ; et comme la vitesse elle-même est exprimée dans les mouvemens varies, par la différentielle de l'espace, divisée par celle du temps , il s'ensuit que la force dont il s'agit sera mesurée par la différentielle seconde de l'espace, divisée par le carré de la différentielle première du temps supposée constante. Donc aussi la différentielle seconde de l'espace que le corps (...) exprimera la force accélératrice dont le corps doit être animé suivant cette même direction, et devra par conséquent être égalée à la force actuelle qui est supposée agir dans cette direction. C'est ce qui constitue le principe si connu des forces accélératrices.

⁹ il paraît que Maclaurin est le premier qui l'ait employée dans son *Traité des Fluxions*, qui a paru en anglais en 174a; elle est maintenant universellement adoptée.

Enfim, há inúmeras partes na *Mécanique* em que Lagrange discute, expressa e defende conceitos criados após Newton, entretanto, sempre com a convicção de que todos foram obra deste, e os que não foram, de que eram apenas traduções dos feitos newtonianos para a forma analítica.

A obra de Lagrange ficou muito conhecida em toda a Europa no final do século XVIII, devido à reputação de Lagrange, ao caráter acessível da obra, e também, devido a resumir o pensamento em mecânica que fora desenvolvido durante muitas décadas. Dessa maneira, acreditamos que a história anterior à criação dessa obra foi simplesmente ignorada devido à crença de que o material de Lagrange era um resumo verdadeiro dos acontecimentos anteriores.

Quem iria duvidar de Lagrange e refazer a trilha dos caminhos que o levaram até o *Mécanique*? Ou melhor, quem iria duvidar do caminho que o levaria novamente até à redação dos *Principia*? E para quê alguém o faria, se um novo e prático formalismo surgia com Lagrange? Pode ser que nem mesmo Lagrange seguisse a trilha correta, sem perceber, ao escrever o *Mécanique*.

QUARTA HIPÓTESE: ERNST MACH

Com a publicação em 1788 de *Mécanique Analytique*, os cientistas praticamente esqueceram os conhecimentos e princípios anteriormente produzidos, adotando a obra como produto final da mecânica. O que Lagrange faz é justamente defender a ideia de que os desenvolvimentos depois de Newton foram meramente matemáticos. Ernst Mach, físico e filósofo formador de ideias no século XIX e outros historiadores utilizaram essas páginas como referenciais para suas reconstruções históricas.

Mach ficou conhecido por ser um professor que estimulava o ensino de história da física e era também um divulgador de ciência. A partir de 1887, passou a publicar livros didáticos de Física para escolas, assim como materiais de fácil acesso para divulgação, os quais logo foram traduzidos para alemão, italiano e russo (Hiebert, 1970); ou seja, a disseminação da sua obra ocorreu rápida e amplamente. Sua influência era muito forte em toda a Europa, nos séculos XIX e XX.

Em sua obra a respeito da mecânica, *The Science of Mechanics*, cuja primeira edição é de 1883, Mach afirma que:

Os méritos de Newton quanto ao assunto são duplos. Primeiro, ele ampliou consideravelmente o alcance da física mecânica por sua descoberta da gravitação universal. Segundo, ele

completou a enunciação formal dos princípios mecânicos agora aceitos. Desde sua época, nenhum princípio essencialmente novo foi expresso. Tudo o que foi feito em mecânica desde esse tempo, foi um desenvolvimento dedutivo, formal e matemático com base nas leis de Newton (Mach, 1919, p. 187)¹⁰.

Somos obrigados a discordar de Mach com relação a essa sentença, devido ao que já foi exposto neste trabalho, e em Sitko (2019a,2019b). Por muito tempo, as leis fundamentais da dinâmica foram inquestionavelmente creditadas a Newton. Até o início do século XX, nem os historiadores da ciência, nem os cientistas se preocupavam com as ideias de Mach, se estas estariam corretas ou distorcendo fatos ocorridos nos séculos XVII a XIX. Dessa forma, concordavam com suas ideias sem questionar, bastando um resumo da história e o conteúdo conceitual técnico para o ensino. Entretanto, a mecânica que se ensina hoje na sala de aula não é aquela primitiva de Newton, mas aquela desenvolvida pelos Bernoullis, Euler e outros. A partir dessa confusão histórica e conceitual, alguns historiadores passaram a questionar as bases duvidosas dessa concepção grandemente defendida por Mach. Dentre eles, um dos principais nomes é Clifford Truesdell.

Truesdell (e também os autores deste trabalho) se questiona de onde vem essa mecânica entre Newton e Euler e como foi construída. Para responder a perguntas como estas, Truesdell propôs o programa para redescobrir a mecânica racional do Iluminismo (1960a).

Truesdell discorda da visão assumida por Mach de que a mecânica de Newton seja um sistema completo e que nenhum novo desenvolvimento conceitual tenha ocorrido depois dos seus, somente aqueles dedutivos e matemáticos (Truesdell, 1960a). Truesdell e Hankins deram início à revisão do ponto de vista machiano, indicando várias provas documentadas da insuficiência conceitual da mecânica na primeira metade do século XVIII (Maltese, 1992), assim como foi feito em Sitko (2019a). Maltese (1992) e Gaukroger (1982) também criticam a posição de Mach, e afirmam que foram

¹⁰ The merits of Newton with respect to our subject were twofold. First, he greatly extended the range of mechanical physics by his Discovery of universal gravitation. Second, he completed the formal enunciation of the mechanical principles now generally accepted. Since his time no essentially new principle has been stated. All that has been accomplished in mechanics since his day, has been a deductive, formal, and mathematical development of mechanics on the basis of Newton's laws.

necessários muito mais esforços para a compreensão da mecânica nessa época do que meros formalismos.

Entretanto, mesmo após toda a exposição de Truesdell, não muitos aderiram à sua visão, e a dificuldade estava justamente em aceitar que o procedimento matemático não era apenas formal, técnico, mas de certa forma, conceitual. Muitos tem dificuldade de aceitar essa visão ainda hoje, e é visando um maior esclarecimento desse episódio histórico que elaboramos este trabalho.

A visão de Mach oculta toda a busca e análise de conceitos, fazendo com que os seus leitores pensem a mecânica como uma ciência que surgiu da experimentação. Para Truesdell, a mecânica é uma ciência matemática (Truesdell, 1960a), de problemas cujas soluções necessitavam de novos princípios e métodos, que por sua vez eram utilizados em novos problemas, ou seja, reduzidos e generalizados. Assim, a ideia de que os métodos newtonianos dominaram o século XVIII é mostrada como errônea em Grattan-Guinness (1990), devido à participação de muitos contemporâneos e sucessores que trouxeram essas extensões e modificações ao seu trabalho, e também a outros que trouxeram abordagens paralelas e alternativas à de Newton, assim como generalizações, como foi o caso da mecânica variacional.

Segundo Mach, a mecânica de Newton era suficiente para resolver todas as classes de problemas. Entretanto, para determinar o movimento de fluidos, por exemplo, todas as vezes que se atacava essa classe de problemas, não era utilizando princípios de mecânica (Truesdell, 1960). A partir do momento em que Euler alcançou esse avanço conceitual, imediatamente a lei foi tratada como obviamente de Newton, pois Euler tratava-se de um matemático, que aparentemente (e injustamente o foi assim tratado) não se importava com a física real do problema.

No século XIX, ocorre a fase do utilitarismo científico e não mais o foco nas questões metafísicas. Esse utilitarismo mudou a forma com que se percebiam as fundações do pensamento científico da época da revolução científica do século XVII. Essa é a corrente positivista defendida por Mach, que defende que as questões metafísicas deveriam ser ocultadas e somente a descrição pura do conteúdo técnico deveria ser feita.

No final do século XIX, Mach apresenta suas críticas à obra newtoniana e sua visão positivista da Ciência, fazendo grande uso do Princípio da Economia de Pensamento, o qual defende que as leis e teorias devem ser utilizadas de forma a economizar o tempo do cientista (Fitas, 1998). Segundo esse princípio, uma boa teoria científica deve ser escrita por formulações

matemáticas, sem qualquer relação com os sentidos, com a explicação causal dos fenômenos, ou com a própria natureza (Fisette, 2009). Para Mach, todo princípio geral envolve uma economia de pensamento, e na verdade, esta é a base da ciência¹¹, e é por isso que em *The Science of Mechanics*, Mach comenta (1919, p. 467) a respeito da estupenda contribuição de Lagrange ao Princípio de Economia, ao incorporar em sua obra muitos conceitos possíveis em uma única fórmula.

Para apresentar suas críticas à ciência e a Newton, Mach escreve em *The Science of Mechanics* a respeito da mecânica dos séculos XVII e XVIII, em que novamente aparece a ideia (já retomada de Lagrange) de Newton como aquele que concluiu os desenvolvimentos conceituais do assunto. Essa visão tem sido carregada nos manuais de física até os dias de hoje e é o cerne da nossa discussão: uma abordagem histórico-filosófica do assunto não tornaria o estudo de mecânica mais compreensível e com um caráter mais motivador, a partir do rastreamento da construção desse conteúdo?

De fato, as maiores críticas à obra de Newton de fato vieram de Mach, que possivelmente foi o primeiro a criar um jornal de educação em ciências, o qual também defendia, surpreendentemente, um ensino com abordagem histórica. Em sua obra, Mach refaz algumas definições de Newton, pois não aceitava seus conceitos de espaço e tempo absolutos, por exemplo. Para se comprovar a forte influência de Mach no ensino, essas reformulações machianas constam nos manuais didáticos ainda hoje, conforme mostram Assis & Zylbersztajn (2001), que analisaram cinco importantes livros didáticos de física e perceberam tal influência na mecânica newtoniana apresentada. Os autores também evidenciam que os autores dos livros didáticos não percebem que estão sob a influência de Mach.

Assim, Assis & Zylbersztajn acreditam que a interpretação trazida nos livros sobre referencial inercial sendo adotado como sendo o conjunto das estrelas no céu (que é a visão introduzida nos manuais por Mach), como sendo uma interpretação newtoniana, é devida a uma falta de conhecimento histórico, uma vez que esse referencial foi assim determinado somente com Mach e não com Newton. Esse referencial é definido por Mach a partir do experimento do balde de Newton. Newton queria mostrar que é o referencial das estrelas no céu que faz com que a água mude de forma dentro do balde, entretanto, chegou a resultados que o fizeram acreditar que não havia influência das estrelas, e sim

¹¹ Para um aprofundamento no tema, ver Mach (1919, p. 481). Na verdade, toda a obra é balizada pelo uso desse princípio.

do balde com o espaço absoluto. Mach critica Newton nessa questão e define que é o conjunto de estrelas que faz com que a água mude de forma, estabelecendo assim esse padrão de referencial inercial (Gardelli, 1999). Assim como o que ocorre com essas definições, o mesmo pode ser considerado válido para a construção remontada por Mach (e outros) de que $F = ma$ é a Segunda Lei de Newton, a qual é apresentada de maneira totalmente descontextualizada e sendo reduzida às construções de Newton.

Maltese também acredita que Mach foi um dos responsáveis pela propagação da ideia de que Newton construiu toda a mecânica, até mesmo entre os físicos. Para ele, talvez a grande defesa machiana de Newton advenha da compatibilidade de sua visão positivista com as de Newton, ao não se importar com a explicação causal dos fenômenos. Ou seja, que o que aconteceu foi uma evolução “substancial” da mecânica.

Neste trabalho, buscamos expor de maneira clara, a partir desses quatro argumentos principais apresentados, a visão defendida por Truesdell e seus seguidores, dentre os quais os autores deste trabalho se incluem, de que a segunda lei de Newton hoje utilizada, é na verdade, o produto de uma construção conceitual que durou cerca de sessenta anos, e foi finalizada com a elaboração do princípio fundamental da mecânica por Euler.

THOMAS KUHN E A CIÊNCIA NORMAL A PARTIR DO ESTABELECIMENTO DE PARADIGMAS

Para Thomas Kuhn, a produção do conhecimento científico ocorre por meio de *paradigmas* (Kuhn, 2007) compartilhados entre comunidades de pesquisadores. Esses pesquisadores empregam os paradigmas na busca das soluções para seus problemas de pesquisa.

Um paradigma bem sucedido se desenvolve no interior daquilo que Kuhn denomina de *ciência normal*: um período de uma disciplina científica no qual os cientistas trabalham a partir de regras e preceitos compartilhados por todos os membros da comunidade. Essas regras e preceitos são indicações gerais de como a realidade deve ser compreendida e são entendidos coletivamente como sendo um “paradigma”. Na história do pensamento científico, é possível encontrar exemplos de paradigmas. Na química de Lavoisier, o paradigma indicava que os fenômenos de transformação da matéria deveriam ser compreendidos quantitativamente e não por meio de qualidades da matéria; no evolucionismo de Darwin se entendia que a natureza era hostil e os organismos estavam envolvidos em uma luta pela existência e, portanto,

não fazia mais sentido pensar em ajustes harmoniosos entre organismo e natureza. Na mecânica newtoniana, o paradigma mostrava que os movimentos celestes e terrestres eram regidos pelas mesmas leis, mostrando que já não era mais necessária a presença de um ser superior que mantinha o universo funcionando.

Um ponto importante dessa argumentação de Kuhn é que os paradigmas são simultaneamente fomentadores e restritores de formas de se fazer ciência. Um paradigma fomenta a pesquisa, pois indica quais são os métodos, instrumentos e entidades que devem ser considerados para a solução de problemas no interior da ciência normal. Por outro lado, ainda que pela mesma razão, ele restringe a pesquisa, pois não permite que certos métodos, instrumentos e entidades sejam empregados (para a solução dos problemas). Além disso, até mesmo o que conta como um problema a ser resolvido precisa ser legitimado pelo paradigma (este ponto será retornado em seguida).

É possível dizer então que um paradigma fornece uma orientação geral para as pesquisas em um campo. Ora, tal orientação geral fornece um molde para as pesquisas específicas. As pesquisas específicas, por sua vez, fortalecerão o paradigma. Tal fortalecimento é parte importante da atividade científica, pois o paradigma não é uma realização acabada, senão que uma estrutura que vai se fortalecendo mediante as pesquisas específicas:

O sucesso de um paradigma [...] é, a princípio, em grande parte, uma promessa de sucesso [...]. A ciência normal consiste na atualização dessa promessa, atualização que se obtém ampliando-se o conhecimento daqueles fatos que o paradigma apresenta como particularmente relevantes, aumentando-se a correlação entre esses fatos e as previsões do paradigma e articulando-se ainda mais o próprio paradigma (Kuhn, 2007, p. 44).

A “atualização dessa promessa” é o trabalho científico realizado na ciência normal. Nesse trabalho, os cientistas procuram:

1) determinar com maior precisão os fatos apontados como relevantes pelos paradigmas, como a determinação da posição de estrelas e período dos eclipses, de acelerações de queda dos planetas e resistividade dos materiais, dos pontos de ebulição e de acidez das soluções, a construção de sincrotrons e radiotelescópios etc.;

2) comparar, quando possível, as previsões de um paradigma com os fenômenos;

3) articular de modo mais preciso o próprio paradigma e com isso determinar com igual precisão, por exemplo, o significado científico de certas constantes físicas.

Sem entrar em detalhes acerca de como ocorre pontualmente o trabalho acima, o que Kuhn procura chamar a atenção é que todo o conteúdo resultante de investigações científicas como as mencionadas acima não seria possível sem a orientação de um paradigma. A busca, por exemplo, de uma constante gravitacional, não possui o menor sentido fora dos marcos do paradigma newtoniano:

Outros exemplos de trabalhos do mesmo tipo incluiriam determinações da unidade astronômica, do número de Avogadro, do coeficiente de Joule, de carga elétrica, e assim por diante. Poucos desses complexos esforços teriam sido concebidos e nenhum teria sido realizado sem uma teoria do paradigma para definir o problema e garantir a existência de uma solução estável (Kuhn, 2007, p. 48-49).

Um ponto importante da argumentação de Kuhn gira em torno da noção de “novidade científica”. O paradigma indica a parcela da realidade que compete ao cientista investigar com profundidade; ao fazê-lo de modo bem sucedido, o cientista desenvolve o paradigma e o aprofunda consideravelmente, contribuindo assim tanto para o desenvolvimento do próprio paradigma quanto para o desenvolvimento de sua pesquisa específica.

Ao concentrar a atenção numa faixa de problemas relativamente esotéricos, o paradigma força os cientistas a investigar alguma parcela da natureza com uma profundidade e de uma maneira tão detalhada que de outro modo seria inimaginável (Kuhn, 2007, p. 45).

É nesse sentido que devemos compreender a noção de uma novidade científica. O paradigma da mecânica newtoniana se apresenta, é claro, como uma grande e estupenda novidade científica (entre outras razões por ser um contraponto grandioso à visão de mundo científica de Aristóteles); porém, realizações como as de Euler também devem ser consideradas como novidades. A questão aqui, empregando o referencial teórico de Kuhn, é que as duas novidades são conceitualmente diferentes; enquanto a de Newton é uma realização de natureza geral e indicativa de uma orientação para a mecânica, o trabalho de Euler (no que diz respeito à segunda lei) é uma realização específica, cuja novidade se restringe à apresentação da segunda lei do movimento. Assim,

de acordo com Kuhn, a realização de Euler (e a novidade apresentada por Euler) somente faz sentido se compreendida como uma parte do desenvolvimento do paradigma newtoniano.

A LEI É DE NEWTON: CONSEQUÊNCIA DO PARADIGMA NEWTONIANO

A partir da consideração de que $F = ma$ foi proposta por Euler e das quatro hipóteses explicativas para a omissão de Euler nesse episódio histórico, é possível considerar que Newton mudou o paradigma da mecânica no século XVII ao sugerir e determinar que os movimentos terrestres e celestes ocorreriam devido às mesmas leis, rompendo assim, com o paradigma aristotélico até então vigente.

Ao se utilizar esse ponto de vista kuhniano de paradigmas, pode-se considerar que Newton estabeleceu um novo paradigma, e que assim, os *Principia* marcam o início da autonomia da ciência, ou seja, a passagem de uma era da filosofia natural, que admitia sua subordinação à religião, para a era da ciência moderna, que é autossuficiente. Conforme discute Cunningham (1991, p. 380), os *Principia* foram concebidos como uma transformação com filosofia natural, devido às crenças de seu autor, e não como uma transformação da filosofia natural para a ciência moderna. Para esta última, ainda faltavam desenvolvimentos posteriores, que chegariam com Euler, no século XVIII.

Verlet comenta (1996) que a mecânica newtoniana, mesmo tendo sido reinterpretada e estendida ao longo dos séculos, foi a base para o nascimento de teorias como mecânica quântica e relatividade geral, no século XX, ou seja, o paradigma newtoniano prevalece sobre todos os desenvolvimentos posteriores em mecânica clássica. Quando falamos de bases para outros estudos, não nos referimos a conteúdos conceituais especificamente, mas à forma com que os problemas passaram a ser encarados. A partir da obra newtoniana, uma mudança de pensamento foi estabelecida, ou seja, o estabelecimento de um novo paradigma ocorreu.

O paradigma newtoniano foi aceito por muitos em sua totalidade, mas o número de suas aplicações não era tão grande quanto necessário. Dessa forma, hoje, o que um estudante de física precisa conhecer em dinâmica vai muito além do elaborado por Newton. Newton desenvolveu seus estudos focando no problema da mecânica celeste, não deixando claro como utilizar o paradigma

para outros tipos de movimentos¹². Os problemas terrestres foram então tratados por outros cientistas como Bernoulli, entre outros, de maneira diferente do que Newton fez (Kuhn, 2007). Essas abordagens faziam parte de uma teoria mais geral, que seria posteriormente unificada por Euler. Essas realizações são parte do que Kuhn chama de ciência normal.

Do lado teórico, Newton teve alguns pequenos problemas, como o caso de ter que tratar os corpos como pontuais, ignorar efeitos como a resistência do ar, mas ainda assim, isso levava a uma aproximação entre a teoria newtoniana e a experiência, ainda que limitada. Os questionamentos a respeito de sua obra não eram com relação à experiência e observação, mas quanto a problemas teóricos. No século XVIII muitos cientistas, entre eles Euler, ocuparam-se em “*aperfeiçoar a adequação entre o paradigma de Newton e a observação celeste*” (Kuhn, 2007, p. 54), com o desenvolvimento de novas técnicas de manipulação matemática¹³ que ia muito além do pensado por Newton. A partir dessa visão, pode-se então considerar que Euler trabalhou no que Kuhn chama de ciência normal, ao fazer uma ciência mais esotérica, a qual envolvia colocar a mecânica regida pelo paradigma numa base fundamental, simples e geral. Mesmo que isso represente avanços conceituais sobre o que Newton fez, o paradigma era partilhado.

Nesse sentido, poderíamos dizer que Euler trabalhou dentro do paradigma, no período de ciência normal, atuando na articulação entre a teoria e o paradigma, resolvendo as ambiguidades, ampliando a abrangência da mecânica, trocando bases matemáticas e conceituais. Com relação aos problemas teóricos deixados por Newton, Euler os resolveu, esclareceu, ampliou sua gama de abrangência, e na parte quantitativa, essa articulação foi feita através da determinação da lei $F = ma$. Novamente, conforme expõe Kuhn, não é possível separar esses dois tipos de trabalhos: eles se complementam.

A análise filosófica kuhniana do porquê a lei ser de Newton e Euler ter sido ignorado, leva-nos a crer que as quatro hipóteses levantadas neste trabalho aclamaram Newton como o autor da lei devido a muitos cientistas e público em geral enxergarem o paradigma newtoniano. Euler trabalha como um articulador da teoria e o paradigma newtoniano: como Newton é quem estabeleceu o

¹² Kuhn defende que o paradigma não precisa explicar tudo, mas uma classe de problemas em especial, e ser a melhor alternativa entre os competidores.

¹³ E como mostra Sitko (2020), também desenvolvimentos conceituais.

paradigma, o que as hipóteses nos levam a crer é que, depois dele, nada mais teria sido desenvolvido.

O Newtonianismo não era somente uma nova forma de analisar, calcular e perceber os problemas mecânicos, mas uma nova cultura, uma nova forma de pensar. Newton teve tanto poder, em vários aspectos¹⁴, que recrutou seguidores muito fiéis. Esses seguidores, tanto *experts* em mecânica, como é o caso de Varignon e MacLaurin, quanto o público em geral (que se deixaram levar pela releitura de divulgação da obra de Newton), enxergavam o paradigma newtoniano, e assim, uma vez que Newton criou a estrutura, a lei era dele. Para eles, Newton revolucionou a maneira de se pensar a mecânica, unificou os céus e a Terra. Qualquer obra posterior e que estivesse relacionada aos seus escritos, certamente seria encarada como uma tradução de formalismos, devido a esse apoio que Newton conseguiu de muitos.

Conforme foi tratado na seção anterior, quanto mais uma determinada ciência é desenvolvida, mais esotérica se torna, ou seja, menos compreensível aos que não partilham o paradigma. E foi justamente isso que ocorreu com os *Principia*, que precisavam chegar ao público. A Edição Jesuíta dos *Principia* foi uma obra que traduzia os escritos newtonianos para uma forma mais analítica, mais compreensível, e para tanto, foram propostas várias notas de rodapé explicativas em tal obra. Perceba que era uma obra de divulgação, e então, quem a leria seria o público mais leigo e, em maioria, seguidor de Newton. Dessa forma, ao ler na EJ uma formulação moderna, é muito possível que tenham imaginado que Newton teria sido o autor desta. E no caso de que não pensassem que era Newton, sabiam que seria apenas uma tradução do que ele já havia feito. Como essa formulação da EJ é muito parecida com a proposta por Euler (embora conceitualmente diferente), é possível que quando Euler a tenha proposto, a lei tenha sido compreendida como obviamente construção de Newton, pois, lembremos, o que está em vigor é o paradigma newtoniano, o público enxerga Newton num nível diferente dos seus sucessores.

Depois que Euler propõe seu novo princípio, Lagrange escreve um tratado sintetizando e encerrando o assunto em mecânica. O problema é que Lagrange também enxerga o paradigma newtoniano, e entende como se todo o desenvolvimento pós-Newton fosse apenas desenvolvimento matemático e não conceitual, e é devido a isso que Euler desaparece, pois, a ideia lagrangeana é a de que existe um paradigma vigente, e é newtoniano.

¹⁴ Para um maior aprofundamento nessa parte, ver Westfall (1995).

Entretanto, a “mecânica newtoniana” que conhecemos foi elaborada ao longo do século XVIII, devido a conflitos na mecânica de Newton que foram substancialmente modificados por Euler e outros (Pulte, 2001). Não podemos dizer também que um paradigma foi substituído por outro, pois não houve um momento em que Newton não valia mais e Euler passou a valer; eles são complementares. O que ocorre é que Euler trabalha na ampliação do paradigma proposto por Newton.

Por fim, a defesa de Mach a respeito da unicidade de Newton como construtor da mecânica e posterior ciência normal com desenvolvimentos puramente matemáticos revela uma posição kuhniana, ao perceber Newton como o produtor da “revolução” da mecânica e como autor de um novo paradigma para essa área. Mach de fato não enxerga nenhum percalço no caminho entre Newton e a atualidade, trazendo uma história em geral linear e clara. Claro que Mach criticou e reestabeleceu alguns conceitos newtonianos, mas ainda assim era defensor de que todos os problemas poderiam ser resolvidos a partir das leis gerais newtonianas.

No entanto, a partir da análise dos materiais e cartas do século XVIII, o que se nota é uma imensidão de princípios utilizados de casos em casos, até que os princípios gerais e compactos fossem finalmente encontrados (por Euler); totalmente diferente da imagem de completeza que permeia os livros didáticos. Observando de longe, apoiando-nos nas ideias machianas, é possível ver um status antes de Newton, e outro após. Mas, ao nos aproximarmos do episódio, o que vemos é algo totalmente diferente, embaçado, misturado. Para deixar o episódio limpo e linear, Mach, Lagrange, a EJ, o Newtonianismo, propositalmente ou não, colocaram Newton como único produtor dos princípios gerais do movimento, e ocultaram todo o resto, como Euler, d’Alembert, Bernoulli etc.

Nesse sentido, Kuhn é trazido para esta análise a fim de expor o porquê da naturalidade e eficácia com que essas hipóteses tratam o paradigma newtoniano como a final produção em mecânica clássica, e conseqüentemente, a lei do movimento como lei “de Newton”. Dado todo o sucesso de Newton, percebido e alicerçado pelas quatro hipóteses aqui elencadas, as quais levaram a enxergar o paradigma produzido por Newton em um nível diferente daquele das articulações do paradigma, que envolveriam as posteriores contribuições, agora torna-se compreensível o porquê a lei ainda ser “de Newton”. É importante deixar claro que não estamos nos referindo unicamente ao conteúdo da lei, se esta é produção de Newton, de Euler, de outros, ou se é uma construção conjunta: estamos analisando e afirmando que, a partir do que a

história da ciência traz, a atribuição da lei a Newton é plausível mediante o conteúdo das quatro hipóteses, e a partir da análise kuhniana.

A produção da lei é uma construção que envolve muito mais elementos e cientistas do que Newton e seus *Principia*, o que já foi mostrado em outros artigos. Houve muito mais desenvolvimentos depois de 1687 até 1776 para que a segunda lei do movimento emergisse. Entretanto, a lei é “de Newton”, está escrito nos livros didáticos, e muito mais do que isso, a história da ciência assim foi construída, porque as quatro hipóteses dessa forma a fez. Não é uma questão de ponto de vista ou interpretação: de fato, a história assim foi construída.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das discussões filosóficas mais relevantes no campo do ensino de ciências diz respeito à natureza da ciência, discussão essa presente em autores como Norman Lederman, Douglas Allchin e Michael Matthews, entre outros. Entende-se como consensual a ideia de que uma reflexão sobre o ensino precisa considerar os aspectos mais importantes da ciência (a Natureza da Ciência).

Um dos temas destacados pelos autores que trabalham no sentido de esclarecer a Natureza da Ciência é o da construção do conhecimento científico (Matthews, 1994); e trata-se também de um consenso de que o conhecimento não é obra de um indivíduo em um determinado momento, senão que uma construção da qual fazem parte vários atores¹⁵. No caso examinado, fica clara a ocorrência de uma transição entre o enunciado original de Newton, sua modificação por parte de Euler e a aceitação posterior do enunciado de Euler sem que, no entanto, o nome deste seja mencionado. Assim, $F = ma$ não pertence unicamente a Newton. Com isso poderíamos, em um primeiro momento, compreender a questão da atribuição de autoria da segunda lei como uma questão de injustiça histórica, devido à omissão do nome de Euler em sua construção. Entretanto, a situação não é tão simples.

De acordo com o ponto de vista kuhniano, conforme já vimos na apresentação das quatro hipóteses históricas acerca da omissão de Euler, a realização newtoniana foi algo sem precedentes na história da ciência; mas, para além de qualquer adjetivação ou classificação laudatória, a obra de se afirmou como uma estrutura diretiva das pesquisas em mecânica, estrutura essa que assinalou o caminho para novas contribuições (tais como a de Euler),

¹⁵ Sitko (2020) apresenta uma exemplificação das características do trabalho de construção da ciência no episódio em questão.

dentro de um mesmo paradigma. Essa estrutura paradigmática não era uma solução para todos os problemas e muitas de suas imprecisões e imperfeições deveriam (como foram, em vários aspectos) ser corrigidas futuramente.

Uma das formas de se compreender a natureza construtiva (e, portanto, não isolada, não individual) das realizações científicas se dá exatamente em transições enunciativas, tais como a da formulação da segunda lei de Newton para a formulação de Euler. Se for empregada a estrutura conceitual filosófica kuhniiana, é possível compreender por que o nome de Euler foi omitido, a despeito de sua enorme contribuição científica: a omissão seria o resultado de uma concepção de natureza de ciência que indica que estruturas paradigmáticas como a mecânica de Newton são unidades portadoras de um significado que difere do significado de realizações como as de Euler.

Deste modo, torna-se completamente compreensível que um professor de física, em seu ensino das leis do movimento de Newton, *ou omita ou* (o que seria mais razoável, sobretudo se o ensino das leis do movimento for orientado historiograficamente) mencione Euler como um cientista que operava no interior de um paradigma já vigente. Euler não propôs uma novidade *paradigmática*, mas sim uma novidade tanto notacional quanto um aperfeiçoamento (sobretudo pedagógico) do paradigma newtoniano (e por isso afirmamos acima que a segunda lei “é de Newton”).

Evidentemente, estamos atentos à literatura do ensino de ciências, que nos informa acerca, por exemplo, da concepção errônea da natureza individualista da produção científica (Gil-Pérez, 2001; Allchin, 2013; Bejarano, Aduriz-Bravo & Bonfim, 2019, Sitko, 2020; entre muitos outros). Como qualquer outro empreendimento humano, a ciência é, em essência, comunitária e coletiva. Contudo, o ensino de ciências (historiograficamente adotado) não tem por objetivo *listar* todos os participantes de uma construção/descoberta científica. Claro que, no caso de Euler, a omissão seria no mínimo inadequada. Porém, mais importante que mencionar, no caso, Euler, é *esclarecer* a natureza de sua contribuição.

Assim, pior do que omitir Euler em uma aula sobre a segunda lei, é omitir que ele trabalhava no interior de um paradigma – o paradigma newtoniano. Uma coisa é dizer que a fórmula que usamos atualmente é devida aos incansáveis esforços de Euler; outra, bem diferente, é informar ao estudante que o nome de Euler teria sido negligenciado por uma injustiça da história da ciência.

Euler não pode ser omitido no ensino (historiograficamente orientado) da segunda lei; porém, o que interessa é o modo como seu nome será inserido; reparar a injustiça *pessoal e histórica* quanto a Euler não pode ser feita com a criação de uma outra injustiça: omitir o fato fundamental de que, sem o esforço pioneiro de Newton – ou seja: sem o paradigma criado por Newton – é possível que Euler não tivesse desenvolvido a segunda lei.

Mais importante ainda para o ensino de ciências é a imagem de ciência que podemos extrair deste episódio: a ciência é uma construção coletiva, sendo que essa construção possui, por assim dizer, formuladores de princípios gerais (de paradigmas) (como Newton) e desenvolvedores/continuadores desses paradigmas (como Euler).

Neste trabalho, restringimo-nos a apresentar uma explicação plausível (do ponto de vista histórico e filosófico) de porque a denominação é “segunda lei de Newton”. No entanto, mesmo entendendo porque isso ocorreu, o mérito de Euler não deveria ser omitido, e assim, aparentemente, o mais adequado, do ponto de vista histórico, seria denominar a segunda lei de Newton- Euler, pois não estamos tratando aqui de um fenômeno¹⁶ discreto, um único cientista fazendo uma ciência infalível e completa (Sitko, 2020), mas contínuo, que sofreu um alargamento temporal de cerca de sessenta anos para dar conta da elaboração de $F = ma$.

Em uma abordagem do conteúdo que levasse em consideração o processo histórico de construção da segunda lei do movimento, o nome de Euler certamente deveria ser mencionado (em conjunto, claro, com suas contribuições). No entanto, tal menção deveria ser feita de modo a que o aluno compreendesse que o trabalho de Euler fazia parte de um todo maior: o do paradigma newtoniano, e que tudo isso ocorre dentro de uma ciência construída coletivamente (Newton, Euler, $F = ma$, etc).

Como argumentou Matthews (2015, p. 136): “*A tarefa da pedagogia é, então, a de produzir uma história simplificada que lance uma luz sobre a matéria, mas que não seja uma mera caricatura do processo histórico*”.

É importante igualmente ressaltar que, se é um exagero apresentar, historicamente, a segunda lei como sendo exclusivamente de Newton, também o seria apresentar como sendo unicamente de Euler. Além disso, seria também uma distorção não qualificar a contribuição de ambos como sendo, de um ponto de vista filosófico, categoricamente distintas: a contribuição de Newton é de

¹⁶ Esse fenômeno pode ser também chamado de ideia, cientista, como o leitor preferir.

um tipo diferente da contribuição de Euler. Newton está apresentando um paradigma; Euler está fortalecendo esse paradigma newtoniano.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pelo apoio financeiro.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

C. M. S. desenvolveu a reconstrução histórica do episódio, pesquisou, elencou e analisou as quatro hipóteses mencionadas, desenvolveu a análise kuhniana. M.R.S. ofereceu contribuições teóricas a respeito de Kuhn, desenvolveu a análise kuhniana, orientou e supervisionou o projeto. Ambos os autores discutiram conjuntamente as questões trabalhadas no artigo e contribuíram para a versão final do manuscrito.

REFERÊNCIAS

- Allchin, D. (2013). Beyond the consensus view: whole science. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 17(1), 18-26.
- Assis, A. K. T. & Zylbersztajn, A. (2001). The influence of Ernst Mach in the Teaching of Mechanics. *Science and Education*, 10, 134-144.
- Barra, E. S. O. (2012). Voltaire e o projeto de uma metafísica newtoniana. *Doispontos*, 9(3), 69-91.
- Bejarano, N. R. R.; Aduriz-Bravo, A.; Bonfim, C. S. (2019). Natureza da Ciência (NOS): para além do consenso. *Ciência & Educação*, 25(4), 967-982.
- Bernoulli, Jo. (1742). Propositiones variae mechanico-dynamicae. *Opera Omnia*, 4, 253-386.
- Bussotti, P. & Pisano, R. (2014). On the Jesuit Edition of Newton's Principia. Science and Advanced Researches in the Western Civilisation. *Advances in Historical Studies*, 3(1), 33-55.
- Cannon, J.T.; Dostrovsky, S. (1981). *The evolution of Dynamics: Vibration Theory from 1687 to 1742*. Springer-Verlag.

- Cunningham, A. (1991). *How the Principia got its name; or, taking natural philosophy seriously*. Science History Publications Ltd.
- Dias, P. M. C. (2006). $F=ma$?! O nascimento da lei dinâmica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 28(2), 205-234.
- Domiczjak, M. H. (2012). Science and Culture in the 18th Century: Isaac Newton. *Clinical Chemistry*, 58(3).
- Euler, L. (1823). *Letters of Euler on different subjects in natural philosophy addressed to a german princess*. Translated by David Brewster, 3^a ed., 1.
- Euler, L. (1752). Découverte d'un nouveau principe de Mécanique. "Mem. Acad. Roy. Sci. Berlin", 1750 (presentation date), 6, 185-217.
- Euler, L. (1749). Recherches sur le mouvement des corps celestes em general, *Mem. Acad. Roy. Sci. Berlin*, 1747 (presentation date), 3, 43-143.
- Euler, L. (1736). *Mechanica sive motus scientia analytice exposita. Opera Omnia*, serie II, v. 1 & 2.
- Fisette, D. (2009). Fenomenologia e fenomenismo em Husserl e Mach. *Scientiae Studia*, 7(4), 535-76.
- Fitas, A. J. S. (1998). Mach: o positivismo e as reformulações da mecânica no séc. XIX. Seminário sobre O Positivismo. *Actas do 3º Encontro de Évora sobre História e Filosofia da Ciência* (Évora's University, november, 11-12, 1996), Évora, Universidade de Évora, (p. 115-134).
- Gardelli, D. (1999). A origem da inércia. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. 16(1).
- Gaukroger, S. (1982). The Metaphysics of Impenetrability: Euler's Conception of Force. *The British Journal for the History of Science*. 15(2), 132-154.
- Gaustchi, W. (2008). Leonhard Euler: His Life, the Man, and His Works. *SIAM Review*. 50(1), 3-33.
- Gil-Pérez, D. et al. (2001). Para uma imagem não deformada do trabalho científico. *Ciência & Educação*. 7(2), 125-153.
- Grabiner, J. V. (2004). Newton, Maclaurin, and the Authority of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 841-852.

- Grattan-Guinness, I. (1990). The Varieties of Mechanics by 1800. *Historia Mathematica*, 17, 313-338.
- Hankins, T. (1985). *Science and the Enlightenment*. Cambridge University Press.
- Hermann, J. (1716). *Phoronomia sive de viribus et motivis corporum solidorum et fluidorum libri duo*. Amsterdam.
- Hiebert, E. N. (1970). *Mach's philosophical use of the history of science*. University of Minnesota Press, Minneapolis. Taken from: University of Minnesota Digital Conservancy. <http://hdl.handle.net/11299/184657>.
- Kuhn, T. S. (1996). *The structure of scientific revolutions* (3rd ed.). University of Chicago Press.
- Lagrange, J. L. (1811). 1ª edição: 1788. *Mécanique Analytique*. Paris, Edição nova e revisada.
- MacLaurin, C. (1742). *Treatise of fluxions*. In two books. T.W. and T. Ruddimans.
- MacLaurin, C. (1748). *Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries*. Patrick Murdoch.
- Maltese, G. (1992). *La storia di "F=ma" – La seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Biblioteca di nuncius.
- Maronne, S. & Panza, M. (2014). Euler, Reader of Newton: Mechanics and Algebraic Analysis. *Advances in Historical Studies*. 3(1), 12-21.
- Matthews, M. R. (1994). *Science Teaching: The role of History and Philosophy of Science*. Routledge.
- Matthews, M. R. (2015). *Science teaching: The contribution of history and philosophy of science*. Routledge.
- Newton, I. (1952). *Opticks, or a treatise of the reflections, refractions, inflexions and colours of light*. Londres, 1704. Reedited. Dover.
- Newton, I. (1990). *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*. Livro I. 3ª Edição: 1726/ Translated by Trieste S.F. Ricci, Leonardo G. Brunet, Sônia T. Ghering and Maria Helena C. Celia. 1ª Edição. Nova Stella. 1990.

- Newton, I. (1822). *Philosophiae Naturalis Mathematica Principia*, Eq. Aurato, perpetuis commentariis illustrata, communi studio Pp. Thomae Le Seur et Francisci Jacquier ex Gallicana minimorum familia, matheseos professorum. New edition (in 3 vols). Duncan, [1726, 1739-1742].
- Panza, M. (2002). Mathematisation of the Science of Motion and the Birth of Analytical Mechanics: A Historiographical Note. In: Cerrai P., Freguglia P., Pellegrini C. (eds) *The Application of Mathematics to the Sciences of Nature*. Springer.
- Pisano, R. & Bussotti, P. (2016). Newton's Principia Geneva edition: the action-and-reaction law. Historical and Nature of Science reflexions. *Atti del XXXVI Convegno annuale SISFA – Napoli*.
- Pulte, H. (2001). Order of Nature and Orders of Science. In: Lefèvre W. (eds). Between Leibniz, Newton, and Kant. *Boston Studies in the Philosophy and History of Science*, 220. Springer.
- Rocha, G. R. (2017). A Contribution to the Newtonian Scholarship: The “Jesuit Edition” of Isaac Newton's Principia, a research in progress by Paolo Bussotti and Raffaele Pisano. *Transversal: International Journal for the Historiography of Science*, 2, 242-246.
- Sitko, C. M. (2019a). Why Newton's Second Law is not $F=ma$. *Acta Scientiae*. 21(1), 83-94.
- Sitko, C. M. (2019b). Os desenvolvimentos da Mecânica Analítica que culminaram na elaboração de $F=ma$. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. 36(1).
- Sitko, C. M. (2020). For an undistorted view of Newton's Second Law. *Acta Scientiae*. 22(2), 122-133.
- Snobelen, S. D. (1998). On reading Isaac Newton's Principia in the 18th century. *Endeavour*, 22 (4).
- Taylor, B. (1715). *Methodus incrementorum directa & inversa*. Londres.
- Truesdell, C. (1960a). A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason. *Archive for History of Exact Sciences*, 1(1), 1–36.
- Truesdell, C. (1960b). *The rational mechanics of flexible or elastic bodies, 1638-1788*.

- Truesdell, C. (1968). *Essays in the History of Mechanics*. Springer.
- Truesdell, C. (1975). *Ensayos de historia de la mecânica* /Translated by Juan Carlos Navascues Howard e Enrique Tierno Perez-Relaño. Tecnos.
- Varignon, P. (1703). Des forces centrales, ou des pesanteurs nécessaires aux planètes pour leur faire décrire les orbes qu'on leur a supposées jusqu'ici. *Mem. Acad. Roy. Sci. Paris*, 1700 (presentation date), 218-237.
- Verlet, L. (1996). 'F=MA' and the Newtonian revolution: An exit from religion through religion. *History of Science*. 34 (105 Parte 3), 303.
- Voltaire. (2015). *Elementos da Filosofia de Newton*. Original: 1738. Tranlated by Maria das Graças de Souza. 2^a Ed. Editora da Unicamp.
- Westfall, R. S. (1995). *A vida de Isaac Newton* /Translated by Vera Ribeiro. Nova Fronteira.