

Uma Experiência de Ensino por meio do Uso de Tarefas: limites e possibilidades para a aprendizagem de Matemática em um contexto universitário

Alessandro Jacques Ribeiro ^a

Juliana França Viol Paulin ^a

^a Universidade Federal do ABC (UFABC), Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC), Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Santo André, SP, Brasil.

Recebido para publicação em 17 set. 2019. Aceito após revisão em 21 fev. 2020.

Editor: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: Repensar as práticas de ensino da Matemática em um contexto universitário é um tema emergente de pesquisa. **Objetivos:** Neste artigo temos por objetivo discutir os limites e as possibilidades do uso de tarefas matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos de Derivada, Integral e do Teorema Fundamental do Cálculo. **Design:** O estudo enquadra-se em perspectiva qualitativa-interpretativa de pesquisa, com procedimentos metodológicos inspirados em uma Investigação Baseada em Design (IBD). **Ambiente e participantes:** A pesquisa foi desenvolvida com estudantes da disciplina de Funções de uma Variável (FUV) de uma universidade pública brasileira no estado de São Paulo. **Coleta e análise de dados:** Os dados foram coletados por meio de tarefas matemáticas sobre Cálculo Diferencial e Integral (CDI) resolvidas pelos estudantes. Os protocolos produzidos foram analisados apontando-se os principais aspectos identificados, o que nos levou a organizar categorias de análises as dimensões (i) conhecimentos mobilizados e desenvolvidos pelos estudantes em relação aos conceitos matemáticos; (ii) principais erros e dificuldades apresentados pelos estudantes no desenvolvimento das tarefas; (iii) limites e possibilidades da prática de ensino exploratório no contexto universitário. **Resultados:** Os resultados apontam para aspectos caracterizadores de um processo de ressignificação dos conceitos matemáticos abordados com os estudantes e um aprofundamento do conhecimento deles sobre os conceitos do CDI. **Conclusões:** Como apontamentos futuros, sugere-se um repensar a prática docente universitária, uma vez que o estudo apontou possibilidades e potencialidades do uso de tarefas exploratórios no ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chave: Tarefas matemáticas; cálculo diferencial e integral; investigação baseada em design; prática docente universitária.

A Teaching Experience through the use of Tasks: Limits and possibilities for learning Mathematics in a university context

ABSTRACT

Context: Rethinking mathematics teaching practices in a university context is an emerging research theme. **Objectives:** In this article, we aim to discuss the limits and possibilities of using mathematical tasks in the teaching and learning processes of the concepts of Derivative, Integral and the Fundamental Theorem of Calculus. **Design:** The study is based on a qualitative-interpretative perspective of research, with methodological procedures inspired by a Design-Based Research. **Environment and participants:** The research was developed with students attending a Functions of a Variable class in a public university in the state of São Paulo. **Data collection and analysis:** Data were collected through mathematical tasks on Differential and Integral Calculus solved by students. The protocols produced were analysed, pointing out the main aspects identified, which led us to organize categories of analysis and dimensions (i) knowledges mobilized and developed by students in relation to mathematical concepts; (ii) main errors and difficulties presented by students in the development of tasks; (iii) limits and possibilities of the practice of exploratory teaching in the university context. **Results:** The results reveal aspects that characterize a process of resignifying the mathematical concepts discussed with the students and a deepening of their knowledge about the concepts of the DIC. **Conclusions:** As future notes, we suggest rethinking university teaching practice, since the study indicated possibilities and potentialities of the use of exploratory tasks in the teaching of Differential and Integral Calculus.

Keywords: Mathematical tasks; differential and integral calculus; design-based research; university teaching practice.

INTRODUÇÃO

Pesquisas têm apontado e argumentado como as dificuldades dos estudantes com a Matemática na escola básica refletem no seu desempenho em diferentes disciplinas do ensino superior (Castro, 2008; Farias, 2015), em especial, aquelas que abordam conceitos trabalhados em Cálculo Diferencial e Integral (CDI) (Marin, 2009; Hitt & González-Martín, 2016; Trevisan & Mendes, 2018).

É recorrente nos depararmos com relatos de pesquisa que apontam para as práticas de ensino “tradicionais” no ensino universitário (Speer, Smith, & Horvath, 2010), principalmente no que diz respeito às disciplinas que envolvem os conteúdos de CDI (Morelatti, 2001; Jaworski, Mali, & Petropoulou, 2016). As aulas no ensino universitário costumam seguir um modelo de palestra (lecture) em que os professores apresentam o conteúdo a ser aprendido oralmente e utilizam-se de alguma tecnologia para isso (quadro negro e/ou branco, retroprojetor), enquanto aos estudantes cabe ouvir, fazer anotações e executar exercícios posteriormente (Speer et al., 2010).

Imersos nessas preocupações, tanto no que tange à aprendizagem matemática na disciplina de CDI, como no que se refere ao repensar práticas de ensino na universidade, discutimos neste artigo os resultados de um estudo realizado com estudantes de uma universidade pública no Estado de São Paulo, cujo objetivo principal foi investigar as

possibilidades e as limitações do uso de tarefas matemáticas exploratórias na disciplina de CDI.

Com isso, o presente artigo é constituído por uma seção de enquadramento teórico, na qual debatemos características dos processos de ensino e de aprendizagem de CDI; a seguir, trazemos considerações acerca do que são e como são utilizadas as tarefas matemáticas exploratórias na pesquisa; e, por fim, discutimos um panorama sobre as práticas de ensino universitário. Na sequência, expomos o contexto de desenvolvimento da pesquisa, trazendo os pressupostos metodológicos que guiaram o estudo, com especial atenção às particularidades dos processos de elaboração, de desenvolvimento e de análises das tarefas matemáticas utilizadas. Desenvolvemos, a seguir, as análises e a discussão dos dados. Finalizamos o artigo com conclusões e encaminhamentos futuros acerca do papel de tarefas desta natureza; evidenciamos as possibilidades e os limites de tal uso, a partir dos resultados da pesquisa; e vislumbramos, por fim, caminhos e sugestões para (re)pensar as práticas universitárias em disciplinas de/sobre conteúdos matemáticos.

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

a) Ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral

Pesquisadores da área de Educação Matemática têm dado especial atenção aos processos de ensinar e de aprender conceitos de CDI, abordando aspectos relacionados à prática docente (Jaworski et al., 2016; Richit, 2010; Morelatti, 2001), às dificuldades dos estudantes (Anacleto, 2007; Verzosa, Guzon, & De Las Peñas, 2014), às diferentes abordagens para o ensino de CDI (Grande, 2016; Trevisan & Mendes, 2018), entre outros aspectos.

Anacleto (2007) aponta que as dificuldades enfrentadas por estudantes em disciplinas que envolvem os conceitos de CDI estão, em sua maioria, relacionadas à compreensão do significado do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) e ao entendimento de seus conceitos fundamentais: derivada, integral e continuidade. Além disso, ainda que os estudantes compreendam a relação entre as operações de derivação e de integração, esta não é uma condição que lhes garanta habilidades para identificar a conexão existente entre os conceitos de área e de taxa de variação, por exemplo (Verzosa et al., 2014).

Ponce-Campuzano (2013) também destaca fatores relacionados às dificuldades dos estudantes, os quais, muitas vezes, estão relacionados aos conceitos tidos como fundamentais para a compreensão dos conceitos de limite, integral e derivada. Dentre tais fatores, encontra-se o conhecimento limitado que os estudantes possuem sobre o conceito de função; o pouco entendimento acerca da ideia de taxa de variação e acumulação; as poucas habilidades para trabalhar com o conceito de covariação; e a compreensão da ordem na qual as duas “partes” do TFC são apresentadas em cursos introdutórios de Cálculo.

Destacamos, ainda, a necessidade de atentar à formação que é propiciada aos estudantes na disciplina de CDI, ou seja, é preciso identificar qual é a experiência e quais

os conhecimentos que ficam para eles após cursarem tal disciplina. Segundo Bressoud (2011), muitos são os estudantes que não conseguem compreender e recordar os assuntos abordados em CDI, e resta-lhes apenas uma compreensão procedimental da disciplina. Por tal motivo, “à medida que pensamos sobre como devemos ensinar o TFC, devemos ter em mente o que queremos que os estudantes se lembrem deste curso e, então, devemos trabalhar duro para garantir que isto aconteça” (Bressoud, 2011, p. 113).

b) Práticas de ensino de matemática na universidade

Ainda que pesquisadores em Educação Matemática busquem abordagens de ensino alternativas para que os estudantes superem suas dificuldades na disciplina de CDI (Trevisan & Mendes, 2018), o que prevalece nas salas de aula do ensino superior são abordagens pautadas em um rigor imposto pela apresentação dos conceitos e pela resolução de listas de exercícios, “[...] de caráter puramente algébrico e mecânico, sem levar em conta o significado de tais conceitos” (Richit, 2010, p. 27).

Morelatti (2001) destaca que a disciplina de CDI permanece conhecida por seu alto índice de reprovação e evasão, bem como por uma metodologia de ensino que prioriza aulas expositivas e centradas no professor, em que “os estudantes, após a aula, resolvem uma série de exercícios que, muitas vezes, não exigem criatividade, reflexão e novos conceitos” (p. 21). Assim, de maneira geral, as aulas de CDI na universidade seguem o modelo do “ensino tradicional”, conhecido por uma abordagem baseada, na maior parte do tempo, unicamente na exposição do conteúdo, com pouco estímulo, sem favorecer a criatividade ou uma aprendizagem significativa aos estudantes.

O estudo de Jaworski et al. (2016) destaca que, nas universidades, a maior parte do ensino é desenvolvida por meio de uma abordagem baseada no formato de palestra unilateral, frequentemente descrito como ensino de transmissão, ou seja, “o professor é aquele que expõe a matemática para os estudantes, que ouvem, copiam do quadro e partem para fazer seus próprios significados a partir da experiência” (p. 169). Logo, há muitos estudantes com dificuldades com a Matemática da forma como é apresentada, pois eles não estão preparados para lidar com determinados conceitos e conteúdos universitários a partir de sua experiência escolar, em razão dos graus de abstração e formalismo vivenciados durante as aulas na universidade.

Nesse sentido, Marin (2009) sintetiza algumas causas relacionadas à problemática do ensino e da aprendizagem dos conceitos de CDI: a primeira delas refere-se ao fato desta disciplina abordar conteúdos de transição entre o ensino médio e o ensino superior e, em muitas universidades, ser oferecida no primeiro semestre do curso de graduação, com um número elevado de estudantes em sala de aula; a segunda se refere à formação deficiente anterior dos estudantes, a qual tem prejudicado seus desempenhos na disciplina, ou seja, eles chegam com uma formação precária do ensino médio e, com isso, para tentar sanar algumas dificuldades o professor acaba favorecendo a revisão de alguns conceitos e condensando os conteúdos que precisam ser ministrados na disciplina; por fim, como a

carga horária é insuficiente e o conteúdo programático é extenso, as aulas acabam seguindo um ritmo acelerado, havendo poucos momentos para o questionamento e desenvolvimento do pensamento crítico sobre o que está sendo discutido, fato que também reflete em outras disciplinas posteriores que dependem dos conhecimentos contemplados em CDI.

c) O uso de tarefas exploratórias no ensino de matemática

Hitt e González-Martín (2016) apontam que a pesquisa em Educação Matemática tem centrado esforços em discutir as práticas docentes de professores do ensino básico, e é escassa a pesquisa sobre as práticas no ensino universitário. Assim sendo, trazemos aqui aspectos da prática docente, a partir do uso de tarefas matemáticas exploratório-investigativas (Ponte, 2005, 2014; Ponte et al., 2015), como uma possibilidade de contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem de CDI.

Buscando caracterizar a prática docente que privilegia o uso de tarefas, Ponte (2005) discute aspectos da “gestão curricular”, ou seja, “o modo como o professor interpreta e (re)constrói o currículo, tendo em conta as características dos seus estudantes e as suas condições de trabalho” (p. 11). Para o autor, ao desenvolver a planificação da unidade didática, o professor lança mão de uma estratégia de ensino que pode ser (i) direta, privilegiando a aula expositiva e a resolução de exercícios, ou (ii) ensino-aprendizagem exploratório, que tem como principal característica o fato de o professor não explicar tudo, “mas deixar uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os estudantes realizarem” (p. 13), ou seja, está baseada na ênfase em tarefas de exploração e investigação e na discussão professor-estudantes e estudantes-estudantes.

Segundo o autor, trata-se de tarefas que visam apoiar a aprendizagem dos estudantes envolvidos, e “são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade)” (Ponte, 2014, pp. 14-15). Nesse contexto, a tarefa conduz os estudantes ao desenvolvimento de diferentes atividades e na direção de sua resolução. Com isso, “a aprendizagem resulta da atividade, não das tarefas, e o mais determinante são sempre as atitudes e concepções dos atores envolvidos” (p. 15).

De acordo com tal abordagem, as tarefas propostas visam “[...] fornecer um processo consistente de aprendizagem, que facilite a construção de conceitos e a compreensão de procedimentos e que alargue o conhecimento de representações relevantes e de conexões entre a Matemática e outras áreas” (Ponte et al., 2015, p. 112).

Com base nas discussões aqui desenvolvidas, argumenta-se que uma prática de ensino que privilegie o trabalho com tarefas matemáticas exploratórias pode contribuir para romper com a abordagem de “ensino direto”, ou ao menos, propor alternativas para uma nova abordagem. Ao se trabalhar nas salas de aula da universidade segundo tal perspectiva, pode-se favorecer a discussão de conceitos matemáticos entre os estudantes,

sempre fomentados pelo professor e contribuir para o processo de aprendizagem deles em um ambiente diferente do usual.

CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E METODOLOGIA

Desenvolvemos nosso estudo em uma universidade pública no estado de São Paulo, com estudantes de um curso de Bacharelado Interdisciplinar (BI), em que os “calouros” são admitidos para dois tipos de BI, o Bacharelado em Ciências e Tecnologias (BC&T) e o Bacharelado em Ciências e Humanidades (BC&H). Após a conclusão de um dos bacharelados interdisciplinares é que o estudante escolhe um outro curso para prosseguir¹.

Ao iniciarem o ensino universitário, os estudantes encontram uma grade curricular com diversas disciplinas que são comuns e obrigatórias aos dois BI, como é o caso da disciplina de Funções de Uma Variável (FUV), na qual se discutem os conceitos de derivada, integral e TFC. Esse foi o contexto no qual desenvolvemos nossa investigação.

Em 2017, uma das disciplinas de FUV oferecidas pela universidade foi desenvolvida pelos autores deste artigo. Nessa disciplina participaram 69 estudantes, sendo 21 do BC&T e 48 do BC&H. Com esses estudantes desenvolvemos três tarefas matemáticas exploratórias e, neste artigo, optamos por analisar apenas as tarefas desenvolvidas pelos estudantes do BC&T, por serem aqueles que, em geral, prosseguem em carreiras profissionais ligadas à Matemática.

Do ponto de vista metodológico, a presente investigação insere-se em um estudo de cunho qualitativo-interpretativo (Crotty, 1998; Esteban, 2010), cujos procedimentos foram inspirados em uma investigação baseada em design (IBD) (Ponte et al. 2016). Tal metodologia adequa-se aos propósitos deste estudo, por ser uma abordagem de pesquisa na qual são estudadas “intervenções educacionais tendo em vista promover certas aprendizagens ou mudanças sistemáticas e compreender os processos que lhes estão subjacentes” (Ponte et al., 2016, p. 77). Além disso, neste tipo de pesquisa, após identificar o problema de investigação, passasse ao desenvolvimento da “[...] intervenção, que deve ser materializada por meio de algum tipo de produto educacional. Este passa pelo processo de análise e refinamento, de modo que, ao fim da investigação, possa ser utilizado por outras pessoas em outros contextos” (Barbosa & Oliveira, 2015, p. 530).

No que se refere à recolha de dados, utilizamos os procedimentos de observação participante e levantamento de dados por meio dos protocolos dos estudantes, ao realizar as tarefas matemáticas elaboradas. Para tal, foram desenvolvidas três tarefas matemáticas exploratórias que abordavam os conceitos de derivada e de integral de uma função, e o TFC. Tais tarefas buscaram (i) retomar conhecimentos prévios dos estudantes relacionados ao conceito de função, (ii) oportunizar a construção de novos conhecimentos dos conceitos

¹ Ao concluir o BI, os estudantes do BC&T podem escolher entre cursos de engenharias, matemática (bacharelado e licenciatura), ciência da computação e cognição.

contemplados, a partir do design das tarefas e dos momentos de discussão entre os estudantes e entre estes e o professor. Os estudantes, ao longo da realização das tarefas, trabalharam em duplas e os professores (pesquisadores) observaram o desenvolvimento de tais tarefas.

AS TAREFAS MATEMÁTICAS E A PROPOSTA DE ANÁLISE DE DADOS

As tarefas foram desenvolvidas com os estudantes em diferentes momentos da disciplina: (i) as tarefas sobre Derivada (TD) e TFC (TT), trabalhadas após a discussão destes conceitos com os estudantes, caracterizando-se assim, como tarefas de aplicação/validação de conceitos, enquanto (ii) a tarefa sobre Integral (TI) foi desenvolvida antes da discussão desse conceito com os estudantes e se caracteriza como uma tarefa de introdução ao conceito.

A primeira tarefa (TD) continha três partes: (i) interpretação e aplicação do conceito de derivada como inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função em um determinado ponto; (ii) interpretação e utilização do conceito de derivada para o estudo do comportamento do gráfico de uma função; (iii) situação-problema envolvendo a ideia de otimização, com o propósito de se utilizar uma aplicação do conceito de derivada.

A segunda tarefa (TI), em que se buscou abordar o conceito de cálculo de área de uma região limitada pelo gráfico de uma função e o eixo x em um determinado intervalo do domínio da função, também foi dividida em três partes: (i) situações distintas para o cálculo de área de uma região limitada pelo gráfico de uma função constante e o eixo x em um determinado intervalo; (ii) diferentes possibilidades de se calcular a área da região limitada pelo gráfico de uma função linear e o eixo x em um determinado intervalo; (iii) uma situação para se calcular a área da região limitada pelo gráfico de uma função quadrática e o eixo x em um determinado intervalo, utilizando-se da divisão da região em retângulos, com o intuito de se abordar, implicitamente, o conceito de Soma de Riemann para o cálculo de áreas.

Finalmente, a terceira tarefa (TT) explorou o conceito de cálculo de integral definida e o estabelecimento da relação entre a diferenciação e a integração como operações inversas. Esta tarefa foi dividida em quatro partes: (i) e (ii) abordaram a relação entre o conceito de primitiva e derivada de uma função, buscando tratar da primeira parte do TFC; (iii) contemplava a representação gráfica da integral definida e sua aplicação, focando na segunda parte do TFC; e (iv) questionava os conhecimentos mobilizados pelos estudantes durante a realização das três tarefas realizadas durante a disciplina de FUV.

Os dados recolhidos foram analisados a partir de um movimento de identificação das aprendizagens dos estudantes ao desenvolverem as tarefas e da forma como tais

aprendizagens se relacionavam com a abordagem exploratória e com o uso de tarefas. A partir desse movimento de análise, emergiram três dimensões:

- i. aspectos relacionados aos conhecimentos mobilizados e desenvolvidos pelos estudantes, no que tange aos conceitos matemáticos envolvidos nas tarefas;
- ii. erros e dificuldades apresentados pelos estudantes no desenvolvimento das tarefas;
- iii. limites e possibilidades de uma prática de ensino exploratório, por meio de tarefas matemáticas, identificando se e como estas favoreceram a aprendizagem dos conceitos de CDI em uma turma de estudantes do ensino superior.

Destaca-se que estas dimensões não foram estabelecidas a priori, mas sim, tornaram-se eminente durante o processo de leitura e análise dos dados recolhidos por meio dos protocolos dos estudantes, assim como, como a partir das anotações advindas da observação participante dos pesquisadores ao longo do processo.

Uma vez que a análise das tarefas toma por princípio caracterizar os limites e as possibilidades de uma prática fundamentada no ensino exploratório, baseada no uso de tarefas matemáticas envolvendo conceitos de CDI, buscamos na literatura pertinente à temática subsídios teórico-metodológicos para melhor compreender as evidências identificadas e as análises desenvolvidas a partir das resoluções dos alunos, assim como, procuramos considerar aspectos que não tenham sido favorecidos durante o desenvolvimento das tarefas e que possam subsidiar um novo design das tarefas que realizamos.

ANALISANDO OS DADOS

Desenvolvemos as análises apontando os principais aspectos identificados nos protocolos produzidos pelos estudantes, ao desenvolverem as tarefas matemáticas, durante a disciplina de FUV. Esta análise contempla, como explicado anteriormente, três dimensões organizadas por meio de um olhar atento aos dados, e elas estão relacionadas aos *conhecimentos matemáticos mobilizados e desenvolvidos pelos alunos durante o desenvolvimento das tarefas*; aos *erros e dificuldades dos estudantes no desenvolvimento das tarefas*; às *limitações e dificuldades advindas da prática do ensino exploratório em salas de aula da universidade*.

No que se refere aos *conhecimentos mobilizados e desenvolvidos pelos estudantes*, foi possível identificar, na tarefa sobre TFC, que eles estabeleceram a relação entre a função $f(x)$ e sua primitiva, ou seja, chegaram à conclusão de que o resultado para o intervalo genérico $[0, x]$ correspondia à primitiva da função ($F'(x) = f(x)$ e $\int f(x)dx = F(x)$). O mesmo aconteceu para o intervalo genérico de $[a, b]$, pois os estudantes perceberam que estavam calculando a integral definida da função $f(x)$ para aquele intervalo e, em seguida, utilizaram a segunda parte do TFC para tecer suas justificativas ($\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$).

Ainda quanto à tarefa sobre TFC, os estudantes conseguiram compreender a relação entre os conceitos de derivada e integral, e o fato do TFC estabelecer tal relação. Esta compreensão se fundamenta no trabalho desenvolvido durante a aplicação das tarefas, ao seu *design*, bem como ao modo como estas foram desenvolvidas, pensando na discussão coletiva e na construção do conhecimento em colaboração com os pares.

Observamos, também, que a relação entre o conceito de derivada e integral, presente na tarefa que abordou principalmente o conceito do TFC, levou os estudantes – quando questionados sobre a relação existente entre o deslocamento de uma partícula que se move segundo a função $s = f(t)$ no intervalo $[0,4]$ e o valor da integral definida $\int_0^4 v(t)dt$, sendo $v(t)$ a derivada da função $s = f(t)$ – à conclusão de que o valor do deslocamento da partícula era o mesmo, quando calculado a partir da função posição ou a partir da integral definida da função velocidade. Nesse sentido, as resoluções dos estudantes demonstram sua compreensão acerca da relação entre a diferenciação e a integração como operações inversas, ou seja, compreenderam que $s(t) = \int v(t)dt$ e $s'(t) = v(t)$.

A disciplina de FUV, contexto de nossa investigação, contou com a participação de alunos que já haviam cursado esta disciplina. Assim, no desenvolvimento da tarefa para a introdução do conceito de integral – que abordou o cálculo de área de uma região plana limitada pelo gráfico de uma função e o eixo x em um determinado intervalo – ao questionarmos os estudantes sobre as diferentes possibilidades de cálculo desta área, a análise das resoluções revelou que eles utilizaram o conceito de integral para propor uma maneira de se calcular a área de tal região. Além do mais, alguns alunos calcularam primeiramente a área usando o conceito de integral e, quando questionados sobre uma nova maneira de se calcular esta área, aí é que identificaram se tratar de uma figura geométrica e que tinham outra possibilidade para o cálculo da área. Acreditamos que isso ocorreu devido ao fato de muitos alunos não estarem cursando a disciplina de FUV pela primeira vez, ou seja, já haviam estabelecido algum contato com a aplicação do conceito de integral para o cálculo de área de figuras planas.

Logo, dentre *os conhecimentos mobilizados e desenvolvidos pelos estudantes, no que tange aos conceitos matemáticos envolvidos nas tarefas*, podemos destacar os conhecimentos anteriores à disciplina em relação ao conceito de função, pois o uso das tarefas matemáticas levou os estudantes a desenvolver esboços de gráficos de diferentes funções elementares e a identificar pontos no plano cartesiano. Além disso, as tarefas, sempre que possível, solicitavam aos estudantes a determinação do domínio de diferentes funções, bem como o estudo e a interpretação do comportamento de uma função a partir de seu gráfico.

Sobre *os conhecimentos desenvolvidos pelos estudantes em relação ao conceito de derivada*, foi possível identificar que eles compreenderam a aplicação do conceito de derivada como coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de uma função em determinado ponto. Os estudantes também compreenderam a interpretação do conceito de derivada de uma função para a identificação de intervalos de crescimento e decréscimo da função e utilizaram o conceito de derivada para a resolução de uma situação-problema proposta envolvendo a otimização.

Já em relação aos *conhecimentos desenvolvidos pelos estudantes em relação ao conceito de integral*, observou-se que as duplas chegaram à compreensão da ideia intuitiva do conceito de Soma de Riemann, percebendo que, quanto maior a quantidade de retângulos inseridos abaixo do gráfico de uma função, mais próximo se está do valor exato da área da figura constituída pela região limitada pelo gráfico da função e o eixo x em um determinado intervalo.

Tratando dos *erros e dificuldades dos estudantes no desenvolvimento das tarefas*, no que se refere ao processo de aprendizagem do conceito de derivada, destacamos que nem todas as duplas conseguiram construir generalizações dos conceitos presentes na tarefa sobre derivadas a partir dos cálculos e resultados a que chegaram. Isto indica certa dificuldade de generalização da aplicação do conceito de derivada, ou seja, algumas duplas fizeram o cálculo da derivada da função em cada um dos pontos e para o ponto genérico, mas não conseguiram expressar, por meio de palavras, os cálculos que haviam desenvolvido:

f) Sim. As inclinações das retas tangente se dão pelo coeficiente da derivada da função multiplicada por cada ponto x da coordenada.

Figura 1. Resposta dupla Gustavo e Kelvin para TD (dados da pesquisa)

Além disso, temos a resposta exclusivamente algébrica desenvolvida por uma das duplas de alunos. Vemos que os alunos compreenderam a aplicação do conceito de derivada como inclinação da reta tangente em um ponto, porém, optaram por trazer uma resposta com expressões matemáticas, ao invés de usarem suas próprias palavras:

$$f) \text{ Sim, } m_t = f'(x) = \lim_{x_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta x} = \lim_{x_0 \rightarrow 0} \frac{x - x_0}{f(x) - f(x_0)}$$

Figura 2. Resposta dupla Gabriela e André para TD (dados da pesquisa)

O conceito de otimização também foi abordado na tarefa TD, onde se observou a dificuldade das duplas para determinar uma expressão matemática (função) que representasse a situação-problema e para identificar o domínio desta função. Algumas duplas resolveram o problema de otimização utilizando o conceito de derivada, porém outras optaram pela resolução por *tentativa e erro*, verificando qual o valor x , faria com que a caixa tivesse maior volume possível (problema a ser resolvido na referida situação).

Destacamos a confusão dos alunos para estabelecer uma relação entre a função $f(x)$ e sua primitiva $F(x)$ durante o desenvolvimento da tarefa que envolveu o conceito do TFC, uma vez que solicitávamos que encontrassem os resultados inerentes aos intervalos genéricos para cada uma das funções fornecidas e, logo após, estabelecessem uma relação

entre os resultados encontrados e a função $f(x)$. Percebemos que eles desenvolveram de maneira correta os cálculos algébricos, porém quando foram concluir o raciocínio acerca do que era questionado, acabaram fazendo uma inversão e colocando que “ $f(x)$ é a primitiva de $F(x)$ ”:

b) Considerando os resultados obtidos como $F(x)$, temos que:
 $F'(x) = f(x)$.
 Exemplo: para $F(x) = x^2$, $F'(x) = 2x = f(x)$.
 Portanto, $f(x)$ é a primitiva de $F(x)$.
 c) Os resultados obtidos são calculados a partir da $\int f(x) dx$ nos dados intervalos. Deixa forma, como temos intervalos definidos, temos uma integral com resultados definidos.

Figura 3. Resposta da dupla Fernanda e Thainara para TT (dados da pesquisa)

Já na resolução que apresentamos a seguir, as alunas conseguem desenvolver uma resposta coerente a partir de cálculos algébricos, entretanto não chegam a transcender para uma explicação, por meio de linguagem escrita, sobre o que haviam desenvolvido:

Se tivermos uma $F(x)$ tal que sua derivada original $f(x)$, isto é, $f(x)$ é a primitiva de $F(x)$. Se integramos $f(x)$, $\int f(x) dx$, resulta-se em $F(x)$.
 Ex. $F(x) = x^2 \rightarrow F'(x) = 2x$
 $f(x) = 2x \xrightarrow{\int} \int f(x) dx \rightarrow \int 2x dx = 2 \int x dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} = x^2$
 Assim $F'(x) = f(x) \xrightarrow{\int} \int f(x) dx = F(x)$.

Figura 4. Resposta da dupla Fernanda e Thainara para TT (dados da pesquisa)

Muitos estudantes mostraram que o entendimento da aplicação do conceito de derivada está unicamente relacionado ao conceito de inclinação da reta tangente em um determinado ponto. Percebe-se isto, pois os estudantes não conseguiram identificar que o comportamento do gráfico da função derivada pode fornecer informações sobre os intervalos de crescimento e decrescimento da função, aplicação que havia sido discutida em sala de aula.

Também na tarefa sobre TFC, identificamos a dificuldade para desenvolver a expressão matemática que relacionava a área destacada na representação gráfica da função posição e da função velocidade fornecidas aos estudantes, os cálculos desenvolvidos por eles e o TFC. Muitos estudantes demonstraram ter compreendido a relação entre a integral definida da função velocidade, a função posição e o valor do deslocamento da partícula – $\int_0^4 v(t) dt = s(4) - s(0)$. Entretanto, ao elaborarem uma expressão matemática

que representasse tal relação, a maioria deles optou por utilizar a expressão matemática da segunda parte do TFC discutida em sala de aula², usando funções genéricas, ao invés das funções que estavam sendo abordadas na tarefa:

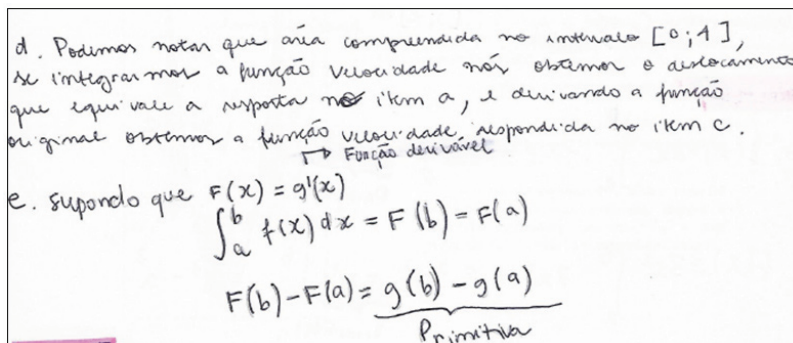


Figura 5. Resposta da dupla Juliana e Kelvin para TT (dados da pesquisa)

Um entendimento errôneo é caracterizado pela expressão “a integral é o inverso da derivada”, apresentado pelos estudantes quando questionamos se a partir das tarefas desenvolvidas era possível estabelecer uma relação entre o conceito de integral e o conceito de derivada. Na verdade, era esperado que eles concluíssem que, conforme o que é estabelecido pelo TFC, a derivação e a integração são operações inversas, e explicitassem a representação algébrica $\int f(x)dx = F(x)$, em que $f(x) = F'(x)$:

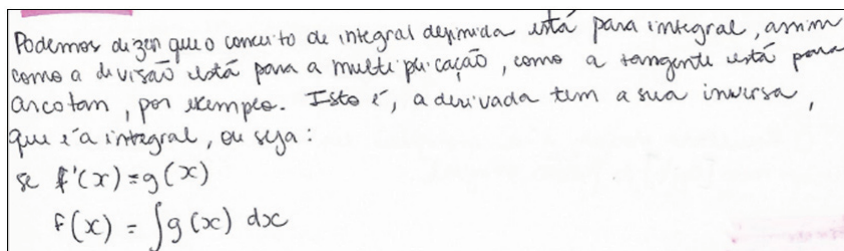


Figura 6. Resposta da dupla Juliana e Kelvin para TT (dados da pesquisa)

Nesse caso, os estudantes tentaram estabelecer um paralelo entre outras operações, para explicar a relação entre as operações de derivação e integração. Podemos observar ainda uma certa confusão para expressar a resposta com uma representação algébrica.

Com base nas discussões anteriores, podemos dizer que a análise dos dados revelou diferentes *erros e dificuldades apresentados pelos estudantes ao desenvolverem as tarefas*, em especial ao lidar com o esboço de gráficos e com a identificação de pontos no plano

² $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

cartesiano, fato que contribuiu para um pleno desenvolvimento das tarefas. Enfatizamos, também, que no processo de aprendizagem, nem todas as duplas conseguiram construir generalizações dos conceitos presentes nas tarefas a partir dos cálculos e dos resultados a que chegavam. Além disso, houve certa dificuldade para a formalização e a sistematização das relações estabelecidas com o desenvolvimento das tarefas. Muitas vezes os estudantes optavam por desenvolver respostas exclusivamente algébricas, utilizando expressões matemáticas, ao invés de usarem suas próprias palavras.

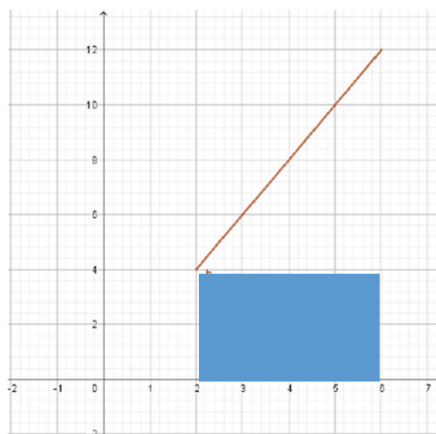
Por fim, no que tange às *limitações e dificuldades advindas da prática do ensino exploratório em salas de aula da universidade*, salientamos aspectos da tarefa desenvolvida para a introdução do conceito de integral, que focou o resgate de conhecimentos anteriores dos estudantes em relação ao conceito de função e ao cálculo de áreas de figuras planas. O nível de dificuldade desta tarefa evoluía à medida que os estudantes avançavam em seu desenvolvimento, de modo a chegar ao cálculo de áreas abaixo do gráfico da função, em que a figura plana não tivesse um formato conhecido para o cálculo de área, e necessitariam de outros recursos.

Esta estrutura da tarefa reflete o bom desempenho dos alunos em seu desenvolvimento, tanto em relação ao cálculo da área da figura que se formava sob a representação gráfica da função constante em um certo intervalo – um retângulo, quanto no que se refere a figura abaixo da função linear no intervalo estabelecido.

Também sobre a tarefa para a introdução do conceito de integral, salientamos que os alunos, mesmo tendo identificado que o quadrilátero presente na figura limitada pelo gráfico da função linear e o eixo x no intervalo fornecido ter lados iguais, apenas duas duplas nomearam este quadrilátero como quadrado, sendo que a maioria das duplas nomeou o quadrilátero de retângulo. Acreditamos que isto se deve à apresentação do gráfico da função linear ter sido desenvolvido fora de escala, e neste caso, visualmente, a figura se aproximava de um retângulo.

A Figura 7 ilustra a tarefa proposta, destacando a figura limitada pelo gráfico da função linear e o eixo x no intervalo $[2,6]$, sendo que o destaque não foi oferecido aos alunos na ocasião de proposição da tarefa.

Tarefa 2: Considerando o gráfico da função $h(x) = 2x$, no intervalo de $[2,6]$, a seguir:



- Calcule a área da figura limitada pelo gráfico da função e pelo eixo x , no intervalo em que a função está definida.
- Calcule novamente a área da figura descrita no item a, utilizando-se de procedimentos distintos daqueles utilizados no item anterior.

Figura 7. Tarefa 2 que compõem a Tarefa sobre Integral.

Ainda no que se refere à tarefa sobre integral, houve certa dificuldade por parte dos estudantes para determinar o valor da medida da base dos retângulos, que seriam inseridos abaixo do gráfico da função quadrática. Acreditamos que isto se deve à função fornecida aos estudantes ($g(x) = x^2$) e ao fato de o intervalo iniciar em 0, ou seja, o primeiro retângulo teria medida de base igual a 1 e medida da altura igual a 0. Isto também ajuda a compreender por que alguns estudantes optaram por inserir retângulos que ultrapassassem o gráfico da função. Entendemos este fato como uma limitação da tarefa, a qual, em uma nova versão, poderá indicar um intervalo e/ou uma função distintos dos que foram apresentados. Além disso, consideramos necessário, em uma próxima versão, explorar tanto os retângulos inseridos abaixo do gráfico da função quanto os retângulos cuja altura ultrapassa o limite do gráfico da função, a fim de que os estudantes possam comparar os valores da área em cada situação.

Enfim, tratando dos *limites e possibilidades da prática baseada no ensino exploratório*, percebemos que o uso de tarefas matemáticas, como as que desenvolvemos com os estudantes, pode colaborar com a construção do conhecimento matemático em relação aos conceitos de derivada e integral. Creditamos esta construção à forma como estas tarefas foram desenvolvidas e trabalhadas com os estudantes, ao privilegiar um *design* de tarefa que buscasse resgatar conhecimentos anteriores dos estudantes, bem como os levasse a construir novos conhecimentos, por meio de situações-problema e da discussão em duplas.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Tendo em conta o foco do artigo, optamos aqui por tecer reflexões sobre os principais aspectos da prática baseada no ensino exploratório, por meio do desenvolvimento de tarefas sobre CDI, e sobre a forma como tais tarefas podem ser modificadas e/ou ampliadas, de modo que conduzam os estudantes na compreensão dos conceitos abordados.

Identificamos a partir da análise dos diferentes erros e dificuldades no desenvolvimento das tarefas, erros relacionados aos conceitos vistos anteriormente à disciplina de FUV, como, por exemplo, a determinação do domínio e o esboço de gráfico de diferentes funções, bem como erros relacionados aos conceitos de derivada e integral. Além disso, os alunos demonstraram determinada falta de rigor com a linguagem matemática, não utilizando os símbolos matemáticos corretamente e trazendo respostas resumidas.

Constatamos que a natureza das tarefas propostas e a abordagem adotada pelos professores (Ponte et al., 2016) conduziu os estudantes a uma nova dinâmica no processo de aprendizagem e propiciou a elaboração de respostas escritas, conjecturas e sistematizações a partir da discussão com os pares (Jaworski et al., 2016). Entretanto, dificuldades como as que relatamos, ocorreram, pois a maioria dos estudantes nunca havia vivenciado este tipo de experiência com tarefas. Logo, enfatizamos que, com o passar do tempo, os estudantes evoluem para responder aos questionamentos das tarefas, já que reconhecem que as respostas os ajudam na articulação do que pensam ou do que querem dizer (Jaworski et al., 2016).

Levantou-se e identificou-se erros relacionados aos conceitos vistos anteriormente à disciplina de FUV, como, por exemplo, a determinação do domínio e o esboço de gráfico de diferentes funções, bem como erros relacionados aos conceitos de derivada e integral. Além disso, os estudantes demonstraram determinada falta de rigor com a linguagem matemática: não utilizaram os símbolos matemáticos corretamente e elaboraram respostas resumidas.

Foram observadas ainda, dificuldades dos estudantes para elaborar respostas escritas, principalmente nas situações em que solicitávamos uma generalização do que havia sido desenvolvido na tarefa e buscávamos identificar se haviam compreendido o conceito ali discutido. Muitas duplas optavam por trazer respostas utilizando apenas expressões matemáticas, enquanto outras, muitas vezes, resolviam apenas os itens em que eram solicitadas resoluções a partir de cálculos algébricos, em detrimento do uso da linguagem natural.

Assim, ao olhar para a prática desenvolvida, consideramos a importância da formalização e da sistematização das ideias para a construção do conhecimento, visto que é nesse momento que o estudante elabora uma relação entre os cálculos algébricos desenvolvidos e o conceito abordado, culminando na produção de conhecimento acerca de tal conceito. Logo, os estudantes se reconhecem como autônomos e responsáveis por sua aprendizagem (Trevisan & Mendes, 2018).

A análise das tarefas, assim como a vivência e a observação dos pesquisadores durante seu desenvolvimento, revelou a necessidade de alguns ajustes, visando evitar novos equívocos e ampliar a abordagem de alguns conceitos, como o conceito de integral. Além disso, consideramos importante a elaboração de duas novas tarefas: (i) introdução do conceito de derivada e (ii) validação do conceito de integral³.

Destacamos a ansiedade dos estudantes em relação ao desenvolvimento da primeira tarefa, devido ao fato de nunca terem vivenciado esta abordagem metodológica na disciplina de FUV, uma vez que as aulas seguem uma abordagem tradicional, com a exposição do professor, o desenvolvimento de exemplos e exercícios (Morelatti, 2001; Richit, 2010). Assim, uma prática docente baseada no ensino exploratório traz novas possibilidades para os processos de ensino e de aprendizagem, desvencilhando-se das aulas que adotam um modelo de palestra e acabam restringindo o desenvolvimento de diferentes práticas (Speer et al., 2010).

Ademais, uma proposta de ensino e aprendizagem que privilegie o trabalho com tarefas matemáticas precisa considerar aspectos apontados por pesquisas em Educação Matemática e diferir de aulas pautadas no formato de palestra unilateral e centradas no livro didático. Assim, como destacado por Trevisan e Mendes (2018), tais propostas precisam atender às rotinas da sala de aula e estar “alinhas com a organização didático-pedagógica proposta pela instituição (comprometidas com um currículo obrigatório, com o projeto político-pedagógico do curso, com a atribuição de uma nota ao fim de um período)” (p. 210).

O uso das tarefas matemáticas e a forma como foram trabalhadas com os estudantes contribuíram para um “percurso de aprendizagem coerente” (Ponte, 2005, p. 18), uma vez que permitiram (i) a construção de conhecimentos matemáticos acerca dos conceitos abordados por parte dos estudantes; (ii) a compreensão dos procedimentos matemáticos; (iii) o domínio parcial das notações e das formas de representação relevantes acerca dos conceitos de derivada e integral.

Por fim, salientamos que uma prática de ensino exploratório, com o uso de tarefas matemáticas como as que desenvolvemos, é composta por escolhas do professor, que visa “trabalhar de modo natural os diversos aspectos de conteúdos” (Ponte, 2005, p. 18). Tais escolhas esbarram nos diferentes aspectos que compõem o contexto universitário – em nosso caso, por exemplo, as particularidades dos estudantes, o currículo, os recursos a que temos acesso para o desenvolvimento das tarefas. Na experiência de pesquisa que relatamos aqui, tivemos sempre em mente a necessidade de estabelecer uma estratégia adequada, privilegiando a exploração, a reflexão e a discussão sobre os conceitos matemáticos abordados.

³ Está em desenvolvimento uma pesquisa de iniciação científica, orientada pelo segundo autor deste artigo, com objetivo de elaborar tais tarefas, além de desenvolver entrevistas com professores universitários para identificar (a) o que eles pensam das tarefas e (b) o que eles pensam sobre a forma de trabalho com elas (para, mais uma vez, relacionarmos com as “práticas de ensino do ensino superior”).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao proceder à análise do uso de tarefas matemáticas sobre CDI em uma sala de aula do ensino superior, pudemos identificar alguns limites e possibilidades desta abordagem no que se refere às aprendizagens dos estudantes. Ao desvelar e buscar compreender tais aspectos, procuramos apontar possíveis abordagens distintas das usuais nos processos de ensino e de aprendizagem de CDI. Com isso, sugerimos alternativas para a prática docente baseada no ensino exploratório no ambiente universitário. Neste trabalho, as tarefas desenvolvidas tiveram um papel central, pois possibilitaram aos estudantes refinar concepções intuitivas e conhecimentos prévios, bem como estabelecer relações entre os novos conceitos da disciplina de CDI. Além disso, vimos o envolvimento dos estudantes no desenvolvimento das tarefas, que resultou na construção do conhecimento matemático, sempre priorizando a discussão e a sistematização dos conceitos, além de possibilitar uma vivência diferenciada durante a disciplina, por meio de discussões coletivas que ocorriam o tempo todo.

Por outro lado, ao colocar em discussão os limites enfrentados ao longo do desenvolvimento das tarefas, referimo-nos, em especial, às dificuldades dos estudantes com conteúdos anteriores à disciplina, como, por exemplo, o conceito de função; a resistência dos estudantes a uma metodologia diferenciada em sala de aula; a escolha e a organização das tarefas, priorizando a construção do conhecimento em colaboração com os pares e o cumprimento, pelo professor, de um currículo próprio da disciplina.

No entanto, apesar dos aspectos identificados na pesquisa, diferentes questões permanecem em aberto e se colocam para ser investigadas: Como priorizar uma prática fundamentada no ensino exploratório, que abarque o desenvolvimento de tarefas e momentos de reflexão e discussão, tendo em vista os diferentes fatores que compõem o contexto do ensino superior, como, por exemplo, a quantidade de estudantes em sala de aula? Como proporcionar experiências formativas que favoreçam aos professores do ensino superior trabalhar com a abordagem considerada nesta pesquisa?

Entendemos que esta pesquisa abre espaço para diferentes e novas discussões sobre a prática de ensino exploratório no contexto universitário, no que diz respeito tanto à aprendizagem dos estudantes quanto ao perfil de formação e a prática dos professores universitários que trabalham nesta perspectiva. Esperamos, assim, a partir dos resultados aqui discutidos, contribuir para a pesquisa em Educação Matemática universitária, no que diz respeito os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos de CDI, e proporcionar reflexões acerca da/para a prática pedagógica de outros professores, inspirando o trabalho docente centrado no desenvolvimento de tarefas e nas discussões coletivas entre os estudantes e destes com seus professores.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo financiamento concedido à primeira autora, por meio de bolsa do Programa Nacional Pós-Doutorado (PNPD).

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

A. J. R. supervisionou o desenvolvimento do projeto de pesquisa de Pós-Doutorado de J. F. V. P., no qual foram constituídos os dados analisados neste artigo. A. J. R. foi responsável pela idealização do formato deste artigo. J. F. V. P. desenvolveu a organização e análise dos dados. Ambos os autores discutiram e contribuíram para a versão final deste artigo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DOS DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente, J. F. V. P., mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

- Anacleto, G. M. C. (2007). *Uma investigação sobre a aprendizagem do teorema fundamental do cálculo*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- Barbosa, J. C., & Oliveira, A. M. P. (2015). Por que a Pesquisa de Desenvolvimento na Educação Matemática? *Perspectivas da Educação Matemática*, 8, 526-546.
- Bressoud, D. (2011, February). Historical reflections on teaching the fundamental theorem of integral calculus. *The American Mathematical Monthly*, 118(2), 99-115. DOI: 10.4169/amer.math.monthly.118.02.099
- Castro, C. M. (2008). O ensino médio: órfão de ideias, herdeiro de equívocos. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*. Rio de Janeiro, 16(58), 113-124.
- Crotty, M. (1998). *The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process*. London: SAGE Publications Inc.
- Esteban, M. P. S. (2010). Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições. Trad. de Miguel Cabrera. Porto Alegre: AMGH.
- Farias, M. M. do R. (2015). *Introdução a noções de cálculo diferencial e integral no ensino médio no contexto das TIC: implicações para prática do professor que ensina matemática*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2016). Generalization, covariation, functions, and calculus. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 3-38). Rotterdam: Sense Publishers.
- Jaworski, B., Mali, A., & Petropoulou, G. (2016). Critical theorising from studies of undergraduate mathematics teaching for students' meaning making in mathematics. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 168-197. DOI: 10.1007/s40753-016-0044-z
- Klein, F. (1927). *Matemática elemental desde um ponto de vista superior* (Coleção Biblioteca Matemática). Madrid.
- Marin, D. (2009). *Professores de matemática que usam tecnologia de informação e comunicação no ensino superior*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Morelatti, M. R. M. (2001). *Criando um ambiente construcionista de aprendizagem em cálculo diferencial e integral*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: J. P. Ponte, (Org.). *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 13-27). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. et al. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77-98.
- Richt, A. (2010). *Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de cálculo diferencial e integral no contexto das tecnologias digitais*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Speer, N. M., Smith, J. P., & Horvath, A. (2010). Collegiate mathematics teaching: An unexamined practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 29, 99-114. DOI: 10.1016/j.jmathb.2010.02.001
- Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(1), 209-227.
- Verzosa, D., Guzon, A. F., & De las Peñas, M. L. A. N. (2014). Using dynamic tools to develop an understanding of the fundamental ideas of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(2), 190-199. DOI: 10.1080/0020739X.2013.790513