

O Discurso Matemático Vigente em um Grupo de Escolas do Brasil e do México Relativo ao Tema Números Racionais

Alexandre Branco Monteiro
Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza

RESUMO

Este artigo é um recorte da pesquisa de doutorado cujo tema é o estudo dos Números Racionais na perspectiva da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME). Como parte dessa investigação, foi realizado um estudo do ensino dos Racionais no Brasil e no México, envolvendo as orientações oficiais a respeito desse tema, os planejamentos de aula de um grupo de professores e a análise dos livros didáticos utilizados por eles. O foco da investigação foram os 6º e 7º anos do Ensino Fundamental no Brasil, o 6º grau do Primário e o 1º grau do Secundário no México. Apresentamos, nesse trabalho, um panorama do sistema educativo entre os dois países. Os resultados apontam que, mesmo com realidades e propostas educacionais distintas, os conteúdos acerca dos Números Racionais e os períodos de ensino são semelhantes, o que evidencia um discurso matemático que perpassa as fronteiras físicas.

Palavras-chave: Números Racionais. Socioepistemologia. Sistemas Educacionais. Discurso Matemático Escolar.

The Mathematician Speech Ruling on a Brazilian and Mexican Schools Group Regarding the Topic Rational Numbers

ABSTRACT

This article is part of a PhD thesis about learning Rational Numbers from the perspective of the Socio-epistemological Theory of Mathematical Education (STME). The investigation included an evaluation of the teaching of Rational Numbers in Brazil and Mexico based on official directives about the topic, classroom planning by a group of teachers, and the review of textbooks used for the purpose. The investigation was focused on the 6th and 7th grades of Brazilian schools and of the 6th grade of primary school and the 1st grade of high school of Mexico. We present a panorama of

Alexandre Branco Monteiro é Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Endereço: PPGEcIM – Av. Farroupilha, 8001, Bairro São José, 92425-900, Canoas/RS, Brasil. E-mail: alexandremonteiro29@hotmail.com

Claudia Lisete Oliveira Groenwald é Doutora em Ciências da Educação. Pós-Doutora pela Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha. Atualmente, é Professora titular da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) e coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGEcIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas/, Brasil. Endereço: PPGEcIM – Av. Farroupilha, 8001, Bairro São José, 92425-900, Canoas/RS, Brasil. E-mail: claudiag@ulbra.br

Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza é Doutor em Ciências e Pós-Doutor pela Université Paris VII, Paris, França. Atualmente, é Professor Titular do Departamento de Matemática Educativa do Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV IPN). Endereço: Departamento de Matemática Educativa – CINVESTAV IPN. Av. Instituto Politécnico Nacional, 2508, Col. San Pedro Zacatenco, 07360, Cidade do México, México. E-mail: rcantor@cinvestav.mx

Recebido para publicação em 22 maio 2018. Aceito, após revisão, em 24 maio 2018.

Acta Scientiae	Canoas	v.20	n.3	p.406-430	maio/jun. 2018
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

the educational system in the two countries. The results indicate that, despite the distinct education scenarios, contents involving Rational Numbers and teaching years are similar, which point to a mathematical discourse that stretches beyond physical borders.

Keywords: Rational Numbers. Social Epistemology. Educational Systems. School Mathematical Discourse.

INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte da investigação de doutorado que teve como objetivo investigar o processo de estudos dos Números Racionais no Brasil e no México, tendo como referência as indicações oficiais em ambos os países, procurando identificar aspectos similares e as especificidades para o estudo desse conteúdo. Teve como foco a participação de um grupo de 3 professores da rede municipal de Canoas (Rio Grande do Sul, Brasil) e um grupo de 3 professores da rede pública do município de Huajuapán de León (Oaxaca, México).

Comparar a educação de ambos países gerou uma dinâmica de raciocínio que obrigou a identificar semelhanças e diferenças entre fatos, fenômenos ou processos educativos e interpretá-los, levando em consideração a relação desses com o contexto social, político, econômico e cultural a que pertencem. Segundo Burke (2002), comparar na educação não fornece soluções que indistintamente se possam aplicar a qualquer povo e a qualquer tempo. Cada sociedade nacional precisa descobrir os seus próprios poderes de cultura, as condições que as tenham feito surgir e que as mantém, os modos e formas dentro das quais, mais racionalmente, se desenvolvem.

Com o propósito de discutir e refletir sobre o processo de estudos dos Números Racionais, essa investigação apoiou-se, como suporte teórico, na *Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa* (TSME). A TSME se caracteriza pelo estudo da construção social do conhecimento matemático e sua difusão institucional, caracterizando-se por ser uma teoria contextualizada, relativista, pragmática e funcional (Cantoral, 2003; 2004; 2005; 2008; 2009; 2013).

Aliado a essas ideias a TSME considera que o conhecimento matemático tem se constituído socialmente em ambientes não escolares. Por isso, sua difusão para o sistema de ensino se obriga a uma série de modificações, as quais afetam, diretamente, sua estrutura e seu funcionamento, atingindo, também, as relações que se estabelecem entre os estudantes e o professor, conciliando, sobre a mesma análise, as quatro dimensões do saber: epistemológica, didática, cognitiva e sociocultural. O que gerou uma análise sistêmica sobre todos os elementos que compõem a estrutura educacional, das normas à prática.

O enfoque socioepistemológico contribuiu, nesta pesquisa, no sentido de possibilitar problematizar os saberes matemáticos e os saberes construídos na escola. A utilização da TSME como referencial teórico levou a refletir a partir de uma teoria ainda com poucos trabalhos desenvolvidos no Brasil, o que nos motivou a utilizar a visão socioepistemológica para discutir os elementos que compõem o processo de estudos dos Números Racionais,

sendo importante para a compreensão da estrutura proposta e das práticas realizadas a respeito deste tema.

SOCIOEPISTEMOLOGIA E A SUA CARACTERIZAÇÃO

Emergente do campo da Matemática Educativa¹ e do cruzamento entre a Matemática, as Ciências Sociais e as Ciências Humanas, a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME) nasceu na década de 90, no México, com o objetivo de explorar formas de pensamentos matemáticos, fora e dentro da escola, que pudessem difundir-se socialmente. A mesma tem se caracterizado por buscar explicações para a construção social do conhecimento matemático e à sua difusão institucional.

Para Cantoral (2004),

[...] a *Socioepistemología*, ou epistemologia das práticas sociais relativas ao saber é uma abordagem teórica de natureza sistêmica que permite tratar os fenômenos de produção e difusão do saber a partir de uma perspectiva múltipla, pois articula em uma mesma unidade de análise as interações entre a epistemologia do conhecimento, sua dimensão sociocultural, os processos cognitivos que lhe estão associados e os mecanismos de sua institucionalização via educação. (Cantoral, 2004, p.1. Tradução do autor).²

A base de constituição do programa socioepistemológico tem se dado sobre o entendimento e a construção de significados matemáticos. Para Cantoral (2013), a Matemática é considerada parte essencial da cultura, um elemento *vivo* que se cria *fora*, mas se recria *dentro* da aula de Matemática e completa dizendo: “a Matemática não foi inventada para ser ensinada e, no entanto, se ensina por uma necessidade funcional, para conservar o saber humano e para potencializar as capacidades de ação entre uma grande quantidade de tarefas” (2013, p.28).³

Para a TSME o saber matemático tem se constituído socialmente, em âmbitos não escolares, e sua introdução ao sistema educativo obriga a uma série de modificações que afetam a estrutura e o funcionamento da disciplina de Matemática, impactando a relação estabelecida entre professores e alunos. Ao tratar do saber matemático, a TSME fala de

¹ O termo *Matemática Educativa* provém da proposta, que nasceu no CINVESTAV (México), de ensinar a Matemática desenvolvida pelos matemáticos puros no contexto escolar.

² “La *socioepistemología*, o epistemología de las prácticas sociales relativas al saber, es una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del saber desde una perspectiva múltiple, pues articula en una misma unidad de análisis a las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos que le son asociados y los mecanismos de su institucionalización vía la enseñanza”.

³ “las matemáticas no inventaron para ser enseñadas y que sin embargo se enseñan por una necesidad funcional, conservar el saber humano y para potenciar las capacidades de acción ante una gran cantidad de tareas”.

pluralidade de saberes, diversidade de saberes, não se restringindo ao saber sábio.⁴ Assim, são considerados legítimos toda a forma de saber, seja esse popular, técnico ou culto, pois é o conjunto desses saberes que constitui a sabedoria humana.

A TSME e a proposta de uma reflexão crítica sobre consenso e hegemonia

Segundo Cantoral (2013), a Socioepistemologia busca entender as razões, os procedimentos, as explicações, as escrituras ou formulações verbais que o aluno constrói para responder a uma tarefa matemática, do mesmo modo que procura decifrar os mecanismos mediante os quais a cultura e o meio contribuem na formação do pensamento matemático. A expressão *pensamento matemático* é usada para referir a diversidade de formas como pensam as pessoas que se interessam por identificar, caracterizar ou modelar conceitos e processos propriamente matemáticos em âmbitos diversos (Cangtoral, 2013).

Cantoral e Farfán (2009) questionam de que forma podemos levar o estudante a vivenciar uma situação de aprendizagem significativa,⁵ se a maneira dominante de ensinar está condicionada a um meio didático controlado, que não considera as questões socioculturais envolvidas neste processo, ou seja, propõe uma *didática sem cenários culturais*.⁶

Os autores propõem que não olhemos mais os conceitos e suas diferentes estruturações de forma isolada, mas tratemos das práticas que produzem ou favoreçam as necessidades de tais conceitos. É importante dar maior atenção à construção social do conhecimento, deixando de analisar, exclusivamente, os conceitos matemáticos, analisando-os conjuntamente com as práticas que acompanharam a sua produção e tornaram possíveis a sua transcendência de uma geração a outra, isto é, uma descentralização do objeto, não significando o seu abandono.

A TSME agrega ao triângulo didático clássico (Figura 1) a dimensão social e cultural, ao descentralizar, como uma escolha metodológica, e enriquecer o processo mediante as práticas, dando um valor de uso aos conceitos matemáticos e suas propriedades.

⁴ Savoir Savant.

⁵ Aprendizagem significativa no sentido de construção de saberes enriquecidos de novos significados.

⁶ Aqui, os autores fazem referência ao fato de, muitas vezes, a ênfase do ensino estar no objeto matemático, outras vezes na didática, ignorando as circunstâncias sociais que envolvem os sujeitos desse processo de ensino e aprendizagem.

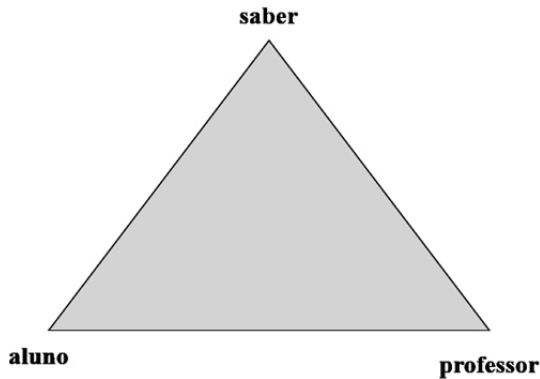


Figura 1. *Triângulo Didático Clássico* (Brousseau, 1996).⁷

Ao incorporar ao triângulo didático clássico (Figura 2) os contextos culturais e perspectivas culturais para a significação do saber matemático, os principais elementos do processo didático, passam a ser o aprendiz, o saber (tanto conhecimento em uso ou como construção social do conhecimento) e os entornos socioculturais, orientados pelas *práticas de referências* e normatizados pelas *práticas sociais*. Na Figura 2, apresentamos o triângulo didático, conforme a perspectiva da TSME.

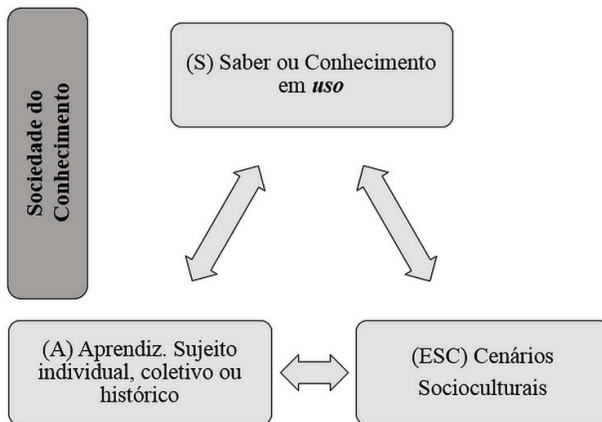


Figura 2. *Triângulo didático na TSME*. (Adaptado de Cantoral, 2013).

Segundo os autores ao prestarmos maior atenção aos aspectos sociais da construção do conhecimento perdemos, em certo sentido, o âmbito propriamente escolar e adicionamos ao campo da Matemática Educativa outras *práticas de referências*, como

⁷ Brousseau, Guy. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: Brun, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap. 1. p.35-113.

a do tecnólogo, engenheiro, entre outros, o que implica uma mudança conceitual de centração (Cantoral & Farfán, 2009). Não devemos olhar os conceitos e suas diferentes estruturas conceituais de forma isolada, mas sim, tratarmos com as práticas que produzem ou favorecem a necessidade de tais conceitos. Articulado desse modo surge a noção de *mudança* como uma concepção da aprendizagem relativa aos *contextos* e às *práticas de referências*.

A TSME postula que, para atender a complexidade da natureza do saber e seu funcionamento ao nível cognitivo, didático, epistemológico e social na vida dos seres humanos, devemos *problematizar o saber*, situando o entorno da vida do aprendiz (individual ou coletivo), o que exige um replanejamento, orientando e estruturando o *discurso Matemático Escolar (dME)* (Cantoral, 2011).

Conforme Cantoral (2013), a problematização do saber requer uma *noção de uso* de forma concreta e pontual. O *uso* como noção exige uma *prática de referência* e acompanha o processo de formação do conceito. Sua localização, então, é fundamental para orientar a intervenção educativa, para o *replanejamento do dME*. Em suma, não existe um *uso*, sem *usuário*, e este não é tal sem o *contexto* onde acontece o uso: a tríade *uso – usuário – contexto* (Figura 3) é uma expressão objetivada da existência de uma *prática de referência*.

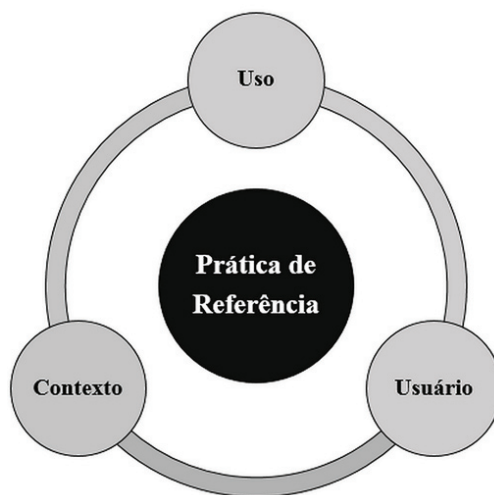


Figura 3. A tríade da prática de referência. (Adaptado de Cantoral, 2013).

De acordo com Cantoral (1990, 2006, 2013), a introdução do saber matemático ao sistema educativo, legitimada por um discurso de consenso e de hegemonia no âmbito didático, é denominado pela Socioepistemologia do *dME*. A estruturação do *dME* não se reduz à organização temática dos conteúdos, nem a uma função linguística na sala de aula, para buscar que uma instrução seja recordada e ensaiada pelos alunos, mas vai

além, estabelecendo uma base de consenso, assim como a construção de significados compartilhados de objetos e de processos matemáticos, tendo uma função normativa.

Para Montiel (2011, p.121):

O discurso escolar é o conjunto de interações entre o professor e os estudantes, dirigidas pela exposição coerente dos saberes escolares. Essa coerência se estabelece em relação as exposições prévias e futuras, mas também a respeito dos conceitos matemáticos associados. Por sua vez, o *discurso matemático escolar* é o conjunto de restrições, implícitas ou explícitas, que *normam* a atividade de aula e o discurso escolar mesmo. Uma de suas característica mais distintiva é o de alcançar hegemonia no contexto escolar.⁸

Cantoral (2013) salienta o significado do termo *discurso* adotado pela TSME:

Ao termo *discurso* devemos agregar o de *reflexão*, pois falamos de um *discurso reflexivo*, uma *reflexão discursada* das práticas. Estas quatro funções articuladas mostram toda a potencialidade da prática social no desenvolvimento do conhecimento, no passo recíproco do significado individual ao significado cultural e desses ao saber instituído e em via de instituição.⁹ (Cantoral, 2013, p.165, tradução nossa)

A TSME tem proposto uma reflexão e um *replanejamento*¹⁰ do *dME*, a fim de atender, também, as demandas envolvendo os problemas sociais e culturais que acompanham as atividades educativas no campo da Matemática. Para isso, necessita uma mudança de concepção sobre a ação da Educação Matemática, indo além dos livros didáticos, currículos, programas de estudos e avaliações. É preciso um repensar profundo sobre a prática educativa como um todo, fazendo um replanejamento do *dME* comum,

⁸ "El discurso escolar es el conjunto de interacciones entre profesor y estudiantes, dirigidas por la exposición coherente de los saberes escolares. Esta coherencia se establece respecto de exposiciones previas y futuras, pero también respecto de los conceptos matemáticos asociados. Por su parte, el *discurso matemático escolar* es el conjunto de restricciones, implícitas o explícitas, que *norman* la actividad áulica y al discurso escolar mismo. Una de sus características más distintivas es la de alcanzar hegemonía en el contexto escolar".

⁹ "Al término *discurso* debemos agregar el de *reflexión*, pues se habla de un *discurso reflexivo*, una *reflexión discursiva* de las prácticas. Estas cuatro funciones articuladas muestran toda la potencialidad de la práctica social en el desarrollo del conocimiento, en el paso recíproco del significado individual al significado cultural, y de estos al saber instituído y en vías de institución".

¹⁰ A palavra original utilizada para expressar essa ideia na língua espanhola é *rediseño*, sendo a sua tradução literal como redesenho. Pela ideia de propor uma reflexão sobre as concepções didática, pedagógicas e curriculares do *dME*, optamos pela utilização do termo replanejamento. Empregamos replanejamento como uma reavaliação dos propósitos e do processo educacional como um todo, sendo a ideia muito mais ampla que uma reestruturação ou reordenação prática educativa.

currículo flexível¹¹ a partir de um pensamento contextualizado, baseado em práticas e normado¹² por prática sociais.

Sob essa perspectiva, a TSME defende que há uma necessidade de reconstrução do conhecimento matemático com propósitos didáticos amplos, com uma reorganização do *dME*, que não deve se reduzir à elaboração de um novo currículo ou de unidades temáticas de ensino, mas a uma reconstrução racional do corpo teórico. Conforme Buendía e Cordero (2005), precisamos mudar da aquisição do objeto à participação em práticas intencionadas, associadas com o objeto específico. Essa ideia se refere à ressignificação dos conceitos matemáticos apoiados em práticas de referências.

A TSME e as suas quatro dimensões do saber

A Socioepistemologia, ao longo do tempo, tem se orientado por um tratamento sistêmico e articulado das quatro dimensões do saber (construção social do conhecimento): sua natureza epistemológica (a forma que conhecemos), sua textura sociocultural (a ênfase que colocamos ao valor de uso), os planos do cognitivo (as funções adaptativas) e os modos de transmissão via ensino (a herança cultural) (Cantoral, 2013, p.53). Na Figura 4, apresentamos o enfoque sistêmico da TSME.

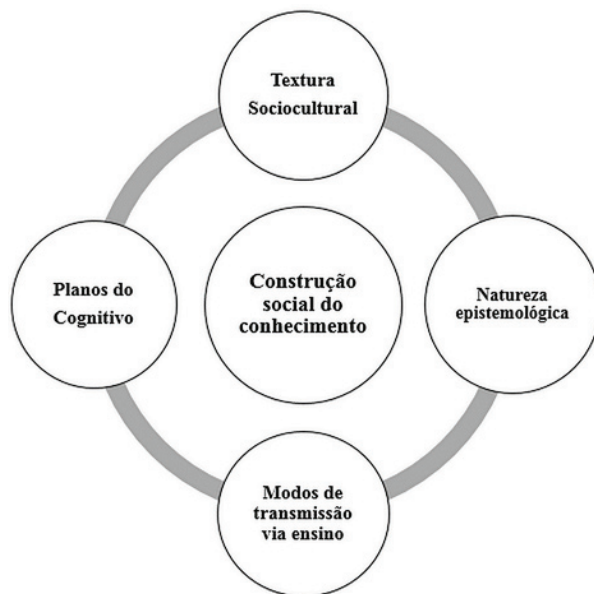


Figura 4. *Enfoque sistêmico da Socioepistemologia* (Cantoral, 2013).

¹¹ Flexível no sentido de ser atento às práticas e que possa promover os aspectos socioculturais ao processo pedagógico.

¹² Normado é uma derivação de norma, que traz a ideia de reger, no sentido de regular, e até mesmo reger as práticas.

A TSME adotou a integração sistêmica de quatro dimensões para estudar os fenômenos didáticos relativos ao saber: *dimensão Epistemológica (dE)*, *dimensão Didática (dD)*, *dimensão Cognitiva (dC)* e *dimensão Sociocultural (dS)*, as quais estão articuladas, o que exige uma análise da transversalidade do saber, ou seja, uma unidade de análise socioepistêmica que articula sistematicamente as dimensões com o fenômeno em jogo. Na Figura 5, apresentamos a proposta de análise socioepistêmica.

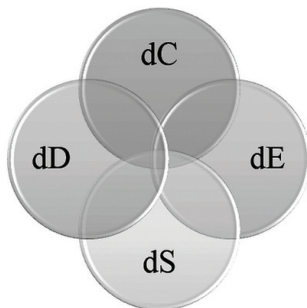


Figura 5. Unidade de Análise Socioepistêmica (UASE) (Cantoral, 2013).

A *dimensão Didática* está diretamente relacionada ao costume didático, tratando a Matemática escolar como objeto de estudo e servindo fundamentalmente para localizar e explicitar o *dME*. Essa dimensão é relativa à natureza do saber como objeto institucional dirigido nos processos de ensino dos estudantes, tanto no âmbito escolar como não escolar, na vida cotidiana (Cantoral, 2013). Cantoral ressalta que o didático é relativo à *arte de ensinar* e isso pode se dar além da escola, o que se constitui em uma verdadeira sociedade do conhecimento.

A *dimensão epistemológica* busca tratar, em profundidade, das circunstâncias que tornaram possível a construção do conhecimento matemático, sua razão de ser, mas, sobretudo o que se tornou público. Diz respeito à forma como o saber pode ser conhecido, os tipos de relações que o sujeito estabelece frente ao objeto matemático.

Sobre essa relação, Radford (2006) afirma que a aprendizagem não consiste em construir ou reconstruir um conhecimento, mas se trata de dotar de sentido os objetos conceituais que o aluno encontra em sua cultura. A aquisição do saber é um processo de elaboração ativa de significados. Uma das fontes de aquisição do mesmo resulta do nosso contato com o mundo material, o mundo dos artefatos culturais no nosso entorno (objetos, instrumentos, etc.), onde se encontra depositada a sabedoria histórica da atividade cognitiva das gerações passadas (Radford, 2006).

Segundo Cantoral (2013), a *dimensão Cognitiva* do saber analisa as formas de apropriação e significação progressiva que experimenta quem se encontra na situação de construção do conhecimento. A cognição é entendida como a capacidade de fazer emergir significados a partir de realimentações sucessivas entre atores e um meio ambiente próximo, tanto físico como cultural, através de uma interação dialética entre os

protagonistas. Consoante o autor, o conhecimento depende das experiências vividas que, por sua vez, modificam as próprias percepções e crenças, inclusive a própria identidade do sujeito.

A *dimensão* social e cultural, com a sua textura *Sociocultural*, se ocupa do uso do saber em situações específicas. Ao introduzir essa dimensão no modelo socioepistemológico, produziram-se reinterpretações das outras três dimensões, pois promoveu uma reflexão sobre alguns mecanismos sociais como a formação de consenso e a constituição das tradições em relação ao uso do conhecimento. Dessa forma, trata do problema da representação de um modo distinto, não pretendemos discorrer, teoricamente sobre a ação de representar o objeto mediante artefatos, ferramentas ou símbolos, mas se coloca ao nível das práticas e da forma como elas se normam por *práticas sociais* (Cantoral, 2013).

É necessário esclarecer que a noção de *prática social* adotada pela TSME se distingue do modo usualmente empregado, que consiste em pensar em práticas sociais como as realizadas por um grupo de pessoas, como, por exemplo, jogar ou dançar. A TSME trata essas práticas como *práticas socialmente compartilhadas*, sendo que a *prática social* não é o que faz em si o indivíduo (não é a prática executada), mas sim o motivo de fazer o que faz, o que normatiza sua ação (é a orientação da prática, é a *prática social*).

Cantoral cita Mirgüer, para conceituar as práticas sociais:

Entende-se por práticas sociais o conjunto de ações que surgem e permanecem no ambiente social, afetando e conformando a *psique* de todo indivíduo. A prática social não é estática, é ativa, se está construindo dia a dia e é produto do homem mesmo. Sua característica principal é que é vigente e gera consenso, nem sempre se manifesta ou é percebida com toda clareza, pode estar oculta, mas se intui e se pressente. A prática social pode estar constituída por atividades matrizes ou intelectuais, [...] outra característica da prática social na Educação Matemática é que não se refere a um só indivíduo, mas, a comunidades de indivíduos. (Mirgüer, 2006 apud Cantoral, 2013, p.101)

Para a Socioepistemologia, a espécie humana desenvolveu a capacidade de construir explicações sobre o mundo em que vive, mediante complexos processos de construção de significados compartilhados. O ponto de partida para a construção de saberes é a atividade regulada por *emergentes* de natureza social, que são denominados de práticas sociais. Essas regulam o exercício de práticas compartilhadas, através das quais, os sujeitos (individuais ou coletivos) se relacionam intra e inter psicologicamente. Os saberes são as diferentes formas de compreender e explicar as realidades e se encontram vinculados com as práticas socialmente compartilhadas, que, por sua vez, estão normatizadas pelas práticas sociais.

Podemos dizer que as línguas, as leis, a moral e a religiosidade são emergentes sociais que não poderiam ser criados por sujeitos individuais, mas sim, pelo coletivo

normatizado no curso da evolução. Cantoral (2013) emprega essa ideia, para afirmar que as práticas sociais são um emergente social com características novas do tipo funcional. As funções da prática social são quatro: normativa, de identidade, pragmática (no sentido de prática) e discursiva (reflexiva). Na Figura 6, apresentamos um esquema da ideia das práticas sociais como normalizadora do processo de construção social do conhecimento.

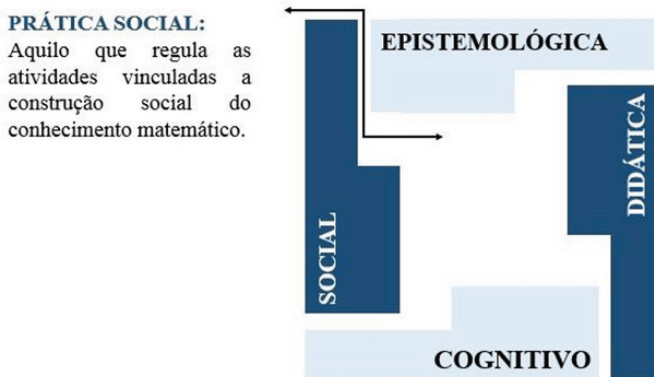


Figura 6. As quatro dimensões do saber. Adaptado de (Montiel, 2005).

Assim, conforme Cantoral (2011), a Socioepistemologia descansa sobre quatro princípios fundamentais: o princípio da racionalidade contextualizada, o princípio do relativismo epistemológico, o princípio da ressignificação progressiva ou da apropriação situada e o princípio normativo da prática social. Esses princípios não são sequenciados linearmente, mas formam uma rede interligada. Na Figura 7, um esquema dos princípios da TSME.

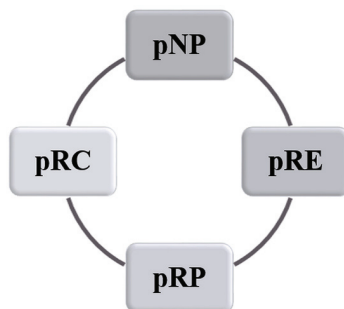


Figura 7 – Princípios da Socioepistemologia (Cantoral, 2013).

Para Cantoral (2013), o princípio normativo da prática social é um dos fundamentos principais para a TSME, pois assume as práticas sociais como a base

e a orientação nos processos de construção do conhecimento, sendo geradoras do conhecimento, como a *Prædicere*, uma prática social que foi a base e a orientação do programa de fundação da Matemática de mudança e variação, no desenvolvimento da área conhecida como Cálculo no século XVII. Segundo Cantoral (1990), a *Prædicere* é a ação intelectual do sujeito epistêmico sobre os dados factuais, para estabelecer os padrões de regularidade do comportamento do que será predito.¹³

A ação do sujeito (individual, coletiva ou histórica), a atividade humana (situada culturalmente), a prática (iteração deliberada do sujeito e regulada pelo contexto) e a prática de referência (expressão material e ideológica de um paradigma, seja ideológico, disciplinar ou cultural) estão normadas mediante as quatro funções da prática social (normativa, de identidade, pragmática e discursiva-reflexiva).

O princípio da racionalidade contextualizada se refere a que relação do sujeito com o saber é uma função do contexto. Predomina aqui, a ideia de que a construção do conhecimento é um produto sociocultural. A racionalidade com que atua depende do contexto em que o indivíduo se encontra em determinado momento. Para explicar esse princípio, Cantoral retoma à ideia de cenário sociocultural, proposto por Crespo (2007), que afirma que esse cenário influi não só nas condutas, mas também na maneira de atuar e de pensar dos membros da sociedade que habita, modelando, de certa maneira, suas ações e pensamentos, condicionando-os fortemente.

Ao defender que a validade do saber é relativa à epistemologia de partida, tanto do indivíduo como do grupo cultural e seu contexto, a Socioepistemologia, através do princípio do relativismo epistemológico, sustenta que os pontos de vista não têm verdade, nem validade universal, mas que todo caso só possui uma validade subjetiva e relativa aos diferentes referenciais teóricos.

O princípio da ressignificação progressiva coloca que a ação é a base do desenvolvimento do conhecimento. A ação do sujeito sobre o objeto deriva dos significados construídos. Segundo Cantoral (2013), um significado posto em funcionamento em situações novas, sob o mesmo esquema construtivo, se ressignifica, produzindo conhecimentos e a essa dinâmica a TSME denomina de ressignificação progressiva, estando na base do desenvolvimento do ato de pensar. Esse mecanismo de produção de significados não isola o indivíduo do meio, mas dá uma forma de estabelecer laços de interação, pois, no momento de pôr o conhecimento em uso, necessita das ferramentas, dos argumentos, dos discursos e do entorno sociocultural.

¹³ Predizer é entendido como a necessidade de conhecer um estado futuro com base no presente e as variações do seu passado.

OS PROFESSORES E AS RELAÇÕES COM O SABER: UMA REFLEXÃO DE CUNHO SOCIOEPISTEMOLÓGICO

A prática do professor, em sala de aula, é normada pelas orientações e pelo contexto em que está imerso. Quando orientações didáticas e/ou pedagógicas indicam, por exemplo que um determinado conteúdo deve ser trabalhado tendo como exemplo situações do cotidiano do aluno, estão tratando de forma genérica a realidade dos sujeitos. Esse cotidiano, citado nos documentos, pode ser na periferia de grandes centros urbanos, zonas rurais, comunidades indígenas, no sul ou norte do país, entre outros. Enfim, são diversas realidades que podemos ilustrar, e dentro de cada uma delas há outras diversidades.

Cabe ao professor, pela sua formação e experiência, planejar a sua aula, considerando o contexto social em que está inserido, para compreender o que ensinar, como ensinar, para que e quem está ensinando. O conhecimento acadêmico, concebido ao longo da sua formação, a experiência de trabalho em sala de aula, aliada à sensibilidade de entender e olhar a realidade de inserção, serão os instrumentos que darão ao professor a possibilidade de construir conhecimentos com os seus alunos.

Assim o caminho de fortalecimento do professor na sua prática passa pelo seu empoderamento. O empoderamento docente, pelo olhar socioepistemológico, é um processo que estuda a profissionalização, problematizando a Matemática escolar. Reyes-Gasperini e Cantoral (2016, p.157) definem empoderamento como um processo do indivíduo no coletivo (é necessária a interação no trabalho coletivo), que parte da reflexão para consolidar-se na ação, que se produz desde o indivíduo, sem a possibilidade de ser outorgado (o trabalho colaborativo será necessário, mas não o suficiente para garantir o empoderamento) e, sobre todas as coisas, transforma a realidade do indivíduo e seu contexto.

Os autores afirmam que o empoderamento profissional docente permite a mudança de relação com o conhecimento matemático por parte do professor, privilegiando a atividade situada do que aprende. Seu contexto de ressignificação permite, ainda reconhecer as distintas formas de argumentação que favorecem diversas racionalidades contextualizadas e, nesse sentido, propiciar a natureza funcional do saber. Isso favorece, assim, um processo de ressignificação progressiva do que aprendemos imerso em referenciais teóricos diversos.

É importante destacar, segundo Reyes (2016), que a Socioepistemologia não entende o empoderamento como *ter poder sobre o outro*, quer dizer, sob nenhuma hipótese defende a ideia de que o docente tenha poder sobre os estudantes, mas sim o poder sobre ele mesmo, para transformar a sua realidade e seu entorno. Esse processo acompanha o *replanejamento do dME*, portanto, corresponde à mudança de relação com o conhecimento matemático escolar.

Reyes (2016, p.150) salienta, que a perspectiva de empoderamento defendida pela TSME não ocorre unicamente através do questionamento dos processos de ensino ou aprendizagem, mas a partir do questionamento do próprio conhecimento matemático escolar sobre onde propõe conseguir mudanças significativas e transformação educativa.

O empoderamento docente se promoverá a partir do questionamento do saber, propiciando que o docente seja dono do saber que ensina, com o qual terá conquistado autonomia, confiança e motivação para transformar-se e assim transformar a sua realidade de sala de aula.

Assim, é possível articular, de forma sistêmica, uma transformação educativa, envolvendo a problematização do saber matemático e a Matemática escolar através do desenvolvimento profissional docente.

A ação dos professores em relação aos seus planejamentos didáticos

Dentro da investigação, analisamos as orientações e indicações¹⁴ oficiais em relação aos conteúdos e metodologias a serem utilizados pelos professores, com ênfase nos Números Racionais, bem como, os livros didáticos utilizados pelo grupo de professores investigados, que se constituem em um importante recurso na sala de aula.

Para compreendermos esse processo em relação aos Números Racionais, investigamos os planejamentos de 3 professores mexicanos e 3 professores brasileiros. Analisamos os planos de trabalho, diários de classes, atividades propostas, cadernos dos alunos e, como complemento, questionários estruturados e entrevistas gravadas com os professores. Consideramos esses instrumentos importantes e necessários para compreensão do processo como um todo.

Identificamos os professores brasileiros como PB1, professora do 6º e 7º anos, e PB2 e PB3 as professoras do 7º ano. Os professores mexicanos foram identificados como PM1, a professora do 6º grau do Primário, PM2, a professora do 1º grau do Secundário, e PM3 o professor do 1º grau do Telessecundário, e são essas as referências que vamos utilizar nesse artigo como identificação da ação dos mesmos.

Os professores brasileiros e mexicanos, nas suas práticas profissionais, precisam cumprir certas formalidades, como preenchimento e organização de documentos formais, como, por exemplo, os diários de classe. Na prática de sala de aula, as diferenças entre professores brasileiros e mexicanos estão na organização dos planos de aula. Mais uma vez, as orientações e indicações se refletem na forma distinta como os professores realizam seus planejamentos de aula.

Para os professores brasileiros investigados, os livros didáticos assumem um importante papel na organização e planejamento das aulas. Nos planos de trabalho investigados juntos aos professores, os livros servem como referência aos conteúdos e atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Essa constatação vai ao encontro do que Silva (2010) afirma sobre o livro didático assumir múltiplas funções e características,

¹⁴ Quando utilizamos o termo "orientações", estamos fazendo referência a exigências. Quando dizemos "indicações" nos referimos a sugestões. Essa distinção é importante pelo modo como são organizados os currículos brasileiros e mexicanos.

constituindo-se como uma referência de conteúdos para alunos e professores, guia orientador de atividades em sala de aula e como padrão de organização e sistematização do currículo. Ainda segundo o autor, a ação do professor, na sala de aula, é muito influenciada pela maneira como os livros abordam os conteúdos matemáticos. Do grupo de professores brasileiros investigados, todos fazem referência ao uso do livro didático nos seus planejamentos.

PB1 e PB2 utilizam o mesmo livro didático como referência para o planejamento das aulas, mas apesar disso, as metodologias adotadas por PB1 e PB2 diferem-se na forma e na sequência como são trabalhados no currículo escolar. Enquanto uma das professoras (PB1) trabalha o conteúdo dos Números Racionais no início do ano letivo até a metade do mês de abril, o qual é pontualmente retomado depois, quando a professora trabalha os números negativos, a outra professora (PB2) desenvolve o tema no final de maio até o início do mês de agosto, o que mostra a autonomia das professoras em relação à organização do planejamento das suas aulas.

Ao contrário do professor brasileiro, que desenvolve um trabalho mais autônomo quanto aos conteúdos a serem trabalhados, os docentes mexicanos são *engessados* no trabalho docente em relação à base de conteúdos que devem seguir. O planejamento realizado pelos docentes mexicanos é feito antes de iniciar o ano letivo e, como observamos, é detalhado dia a dia, para que, a partir dessa organização, o professor consiga vencer todos os conteúdos exigidos nos *Estándares Curriculares* para o ano letivo. O sistema mexicano é mais rígido e contrasta com o modo adotado atualmente no Brasil, onde os conteúdos a serem trabalhados, que estão nos planos de estudos das escolas, são elaborados pela comunidade escolar.

A questão da autonomia é um dos aspectos identificados que diferenciam os professores brasileiros e mexicanos investigados. Percebemos ao longo da pesquisa, que os docentes brasileiros conseguem ter liberdade de decisão a respeito da abordagem e sequência dos conteúdos desenvolvidos na sala de aula, desde que, respeitando o que determinam os planos de estudo da escola. As professoras PB1 e PB2, por exemplo, lecionam na mesma escola, porém abordam o tema Números Racionais em momentos diferentes do ano letivo.

Entre os professores mexicanos não é tão perceptível a autonomia de planejamento escolar em um primeiro momento, pois eles possuem uma base comum de conteúdos a qual serve como referência na sequência do conteúdo e os professores investigados a seguem igualmente. Porém, quando indagamos a professora PM2, em uma das entrevistas, sobre como ela organizava as suas aulas, foi possível entender como se dá esse processo e como ela entendia essa questão da autonomia. Apresentamos, na Figura 8, trechos dessa entrevista.

Trecos originais	Trecos traduzidos
<p>PM2: – [...] nosotros tenemos cierta libertad, pero esta libertad, debo ser sincera, esta cierta libertad, la tenemos por mi punto de vista porque nuestras autoridades desconocen, nos dejan y nos dan libertad porque no saben cómo orientarnos. Entonces se hay una planeación donde nosotros tenemos que seguir lo que marcando está, porque a nosotros dan nuestro plan y programa que tenemos que llevar. Estos planes y programas ya vienen estipulados.</p>	<p>PM2: – [...] nós temos certa liberdade, mas esta liberdade, devo ser sincera, esta certa liberdade, a temos pelo meu ponto de vista porque nossas autoridades desconhecem, nos deixam e nos dão liberdade porque não sabem como orientar-nos. Então, se há um planejamento nós temos que seguir o que está marcado, porque a nós são dados nossos planos e programa que temos que seguir. Esses planos e programas já vem estipulados.</p>
<p>Pesquisador: – [...] ¿está en lo sitio de la SEP?</p>	<p>Pesquisador: – [...] está no site da SEP?</p>
<p>PM2: – Ya está todo. Lo que nosotros tenemos libertad es planearlo que es lo que vamos ver en primero bimestre, en segundo bimestre. [...] en esta planeación yo estoy poniendo igual como lo me marca: eje, temas, contenidos cuantas sesiones aproximadamente me voy a llevar en cada contenido, y las fechas probables en que voy usar. [...] ¿Quién nos dice eso? Nosotros, no hay nadie, es eso que yo hago. [...] Esto es lo que nosotros hacemos o lo que yo hago, porque aquí es muy probable que usted revisen planeaciones de dos o tres compañeros y lo tenía diferentes, porque cada aquí hacen a su formato. [...] Es lo que yo hago hay que contar cuantos nodales son, cuantas sesiones respectivas son, que son doscientas.</p>	<p>PM2: – Já está tudo lá. O que nós temos liberdade é de planejar o que vamos ver no primeiro bimestre, no segundo bimestre. [...] neste planejamento eu estou pondo igual minha marca: eixo, temas, conteúdos, quantas sessões aproximadamente vou levar em cada conteúdo e as datas prováveis em que vou usar. [...] Quem nos diz isso? Nós, não há ninguém, é isso que eu faço. [...] Isto é o que nós fazemos, o que eu faço, porque aqui é muito provável que você revise planejamentos de dois ou três colegas e os tenha diferentes, porque aqui cada um faz do seu jeito. [...] É o que faço, é preciso contar quantos tópicos são, quantos períodos respectivos são, que são duzentos.</p>
<p>Pesquisador: – ¿Para hacer la distribución?</p>	<p>Pesquisador: – Para fazer a distribuição?</p>
<p>PM2: – Para poder a empezar a dosificar que es la distribución. Una vez que ya dosifiqué, ya digo dos, este contenido con la experiencia, porque no hay una regla, creo que aquí voy llevar cuatro, y aquí nada más que dos. Creo que aquí en nociones de probabilidad voy llevar cinco. Voy a distribuido, dosificando. Cuando ya dosifico entonces con un calendario empezó, desde de 26 de agosto dos sesiones, 28 cuatro sesiones, 3 de septiembre otras cuatro sesiones, 9 de septiembre y así de tal manera que salga planeando todo ciclo escolar. Ahora, de estas doscientas sesiones yo hago es descuenta 15% dese total. ¿Por qué? Porque hay días donde nosotros paramos, para entrega de cualificaciones [...] se tenemos reunión de planeación, reunión sindical, se suspende las clases.</p>	<p>PM2: – Para poder começar a dosar a distribuição. Uma vez que já dosei, esse conteúdo com a experiência, porque não há uma regra, creio que aqui vou levar quatro, e aqui nada mais que dois. Creio que aqui, em noções de probabilidade, vou levar cinco. Vou distribuindo, dosando. Quando já dosei um calendário começo, desde de 26 de agosto dois períodos, 28 quatro períodos, 3 de setembro outros quatro períodos, 9 de setembro e assim de tal maneira que esteja planejando todo ciclo escolar. Agora, desses duzentos períodos, desconto 15% desse total. Por quê? Porque há dias onde nós paramos, para entrega de avaliações [...] se temos reunião de planejamento, reunião sindical, se suspendem as aulas.</p>
<p>Pesquisador: – ¿Esto ya está previsto en lo calendario?</p>	<p>Pesquisador: – Isto já está previsto no calendário?</p>
<p>PM2: – ¡No! Esto, esta planeación, fue que yo tuve la fortuna de que cuando trabajado con una supervisora me enseñó, me dijo con suya experiencia: 'tienes que prevenir días, se tú planea los doscientos días no va a salir, porque hay días que se pierde'. [...] Entonces, no estipulan nadie, simplemente bajo la experiencia, bajo lo que se va viviendo. Así tengo mi planeación, ya lo que voy viendo, que es lo que has veces a mi me sucede, porque ni todos os grupos son iguales, de repente estoy trabajando con ellos ángulos y me preguntan áreas, aprovecho y me meto. Meto con todo que está relacionado, y las veces son temas que van a más adelante pero por la situación los grupos presentan, nos obligan a improvisar.</p>	<p>PM2: – Não! Isto, este planejamento, fui que eu tive a sorte de quando trabalhei com uma supervisora me ensinou, me disse com sua experiência: 'tens que prever dias, se você planeja os duzentos dias não vão sair, porque há dias que se perde'. [...] Então, ninguém estipula, simplesmente é pela experiência, sob o que se vai vivendo. Assim tenho meu planejamento, já o que vou vendo, que é o que às vezes acontece, porque nem todas as turmas são iguais, de repente estou trabalhando com eles ângulos e me perguntam áreas, aproveito e me enfito. Enfito tudo que está relacionado, e às vezes são temas que vão mais adiante, mas pela situação em que as turmas estão, nos obrigam improvisar.</p>

Figura 8. Entrevista com a professora PM2 sobre planejamento das aulas.

Ainda sobre essa questão, a professora PM1, quando questionada se segue rigidamente os planos de estudos em suas aulas, respondeu que os adapta às necessidades da turma, e que, algumas vezes, não chega a completar os programas de estudos indicados pela SEP, por falta de tempo para os alunos compreenderem os conteúdos.

A importância da experiência na organização das aulas, citada pela professora PM2, também é percebida nas professoras brasileiras, como, por exemplo, a professora PB1 com mais de 25 anos de sala de aula, que não utiliza nenhum registro formal para o planejamento das aulas, afirmou, quando questionada de como organizava o planejamento: “[...] *tenho tudo na cabeça, vou pegando dos livros, vou tendo as ideias e vou fazendo*”. Então, mesmo com sistemas diferentes de orientações e indicações sobre a base de conteúdos a serem trabalhados, aberta como o sistema brasileiro ou mais fechado, como o mexicano, a experiência é um elemento fundamental no planejamento dos professores investigados.

Em relação aos livros didáticos, perguntamos aos professores se os utilizavam, em sala de aula, já que ambos os países possuem programas de distribuição de livros didáticos aos estudantes. Com as escolas investigadas (onde as professoras atuam) surgem algumas particularidades: quanto aos professores mexicanos PM1 e PM3, o uso do livro é mais rotineiro pela questão da unicodência. São professores do sexto grau e do primeiro grau do Telessecundário, que o utilizam como apoio, em sala de aula, para atividades; a professora PM2 utiliza, esporadicamente, o livro didático, em sala de aula, e justifica que não tem como avaliar se todos os alunos fizeram as atividades, pois somando todas as turmas, tem um total de mais ou menos 150 alunos. E complementa dizendo que os professores têm resistência a utilizar os livros didáticos como uma forma de protesto às reformas educativas impostas pelo governo. Acabam utilizando mais por pressão dos pais dos alunos, que pagam para ter os livros didáticos na escola.

Ao longo da investigação, com o acompanhamento dos planos de trabalho, durante as entrevistas, foi possível perceber que alguns dos livros utilizados eram de edições antigas. Segundo argumentos dos próprios professores, foram escolhidos conforme a identificação com as metodologias que adotam em sala de aula, ou seja, pela teoria dos conteúdos apresentados, pelos tipos de atividades propostas.

Um aspecto importante a destacar é que com os professores mexicanos, é mais evidente o uso dos livros didáticos, e observamos que nos livros didáticos mexicanos têm como característica apresentar muitas atividades (exercícios). Dessa forma, se torna um recurso muito utilizado pelos professores. Obviamente, o uso desse material, em sala de aula é algo pessoal. Assim os professores podem utilizar mais efetivamente, como o professor PM3 e outros menos, como a professora PM2, que utiliza os livros conforme combinação com os alunos e, como ela mesma argumentou, os pais fazem pressão pela utilização dos livros didáticos nas aulas, já que esses são pagos.¹⁵

¹⁵ Como explicamos anteriormente, o pagamento é feito através das cotas, para custeio da logística de entrega dos livros didáticos à escola.

Para os professores brasileiros investigados, o papel dos livros didáticos na prática de sala de aula é também de protagonista, mas foi possível perceber que os adotados pela escola são pouco utilizados com os alunos. Os livros didáticos brasileiros, geralmente, têm como características conceituar os conteúdos e propor indicações de atividades para realizar com os alunos, como, por exemplo, no livro do Bianchini, onde essas atividades ou sugestões de metodologias estão divididas em seções. Porém, essas atividades não são exploradas pelos professores investigados em sala de aula.

Quanto às semelhanças na prática dos professores investigados, os mexicanos seguem o que está estabelecido nos *Estándares* e os brasileiros, os planos de estudo da escola, como estabelece a legislação de ambos os países, com a distribuição dos conteúdos em relação ao tempo dispensado para desenvolver o tema em sala de aula. O momento da abordagem (não necessariamente o que estabelecem as normas) é um aspecto pessoal e está ligado à experiência profissional de cada um.

O ESTUDO DOS NÚMEROS RACIONAIS E O DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Dentro das análises realizadas, ao longo da investigação, podemos perceber similaridades entre as propostas de ensino dos Números Racionais entre o contexto brasileiro e o mexicano. A distribuição e o sequenciamento são semelhantes, mesmo tendo propostas de orientações bem diferentes. Porém, o que destacamos, além dos conceitos propostos por essas orientações, é a forma como são trabalhados e articulados entre esses significados.

Há uma valorização do significado parte-todo e das operações com frações, não significando o desenvolvimento de atividades que proponham aos estudantes uma reflexão sobre essas ideias. Quando trabalhado a ideia de parte-todo, o destaque são para atividades envolvendo representações contínuas com barras e círculos, tipo a barra de chocolate dividida em parte iguais, ou uma pizza dividida em parte iguais para tantas pessoas, etc.

Também nas operações, destacamos uma lista de exercícios envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão, sem possibilitar aos alunos refletirem sobre esses significados, como os PCN destacam: Por que quando se multiplica diminui o valor, se nos conjuntos dos Naturais a multiplicação aumenta?

O *dME* é o paradigma educativo que normatiza e regula a matemática escolar, levando os docentes a repetirem as mesmas aulas, ainda que os resultados alcançados na aprendizagem dos alunos nem sempre sejam satisfatórios (CANTORAL, 2013). Ao tentar facilitar a comunicação de conceitos e procedimentos matemáticos em sala de aula, esses saberes acabam se despersonalizando e se descontextualizando, o que gera uma sequência de temas isolados, perdendo o seu sentido e seu significado.

A investigação realizada por Soto (2010) desfaz a afirmação que os problemas relacionados ao processo de estudo se centram no docente ou no estudante, ou seja,

se evidencia que a responsabilidade não recai sobre o docente por ‘ensinar de maneira inadequada’, nem sobre o estudante por ‘não estudar o suficiente’, mas se postula que o *dME* – produto das adaptações que se realizam ao saber da obra matemática com o fim de convertê-lo em um saber ensinado centrando-se em objetos matemáticos – exclui os estudantes dessa construção do conhecimento.

Em Monteiro (2013), onde foi desenvolvido um estudo de recuperação de conteúdos com alunos com dificuldades de aprendizagem com o conteúdo de frações, foi possível perceber que as ideias iniciais desse conteúdo, que envolve equivalência, comparação, parte-todo, os alunos, na sua maioria, apresentavam dificuldades de compreensão desses conceitos. Porém, nas operações com frações que, teoricamente, necessitam de uma compreensão conceitual avançada desse conteúdo, os alunos não apresentavam dificuldades.

Podemos inferir que as operações com frações podem facilitar o uso de técnicas e memorização, como na multiplicação, onde resolvemos tratando de forma independente, multiplicando numerador por numerador e denominador por denominador, assim como nas operações de adição e subtração, onde observamos, na investigação realizada, que alguns alunos perguntavam: “*se era aquela que resolviam com MMC*”.

O tratamento dado às operações, muitas vezes, favorece a memorização de regras, como, por exemplo, a divisão de frações, pois é possível encontrar, em livros didáticos, indicações como: “*A divisão pode ser representada pela multiplicação do primeiro pelo inverso do segundo*”. Esse tipo de explicação não traz aos alunos os conhecimentos necessários para que se apropriem da ideia sobre a divisão, não lhes trazendo nenhum significado conceitual, nem ao menos o entendimento sobre o processo algébrico dessa regra, fortalecendo, assim, um *discurso Matemático Escolar* centrado no algoritmo.

Uma das professoras brasileiras investigada, adotava um livro didático onde a ênfase era em atividades tipo exercícios, não fazendo uso de metodologias como a contextualização ou resolução de problemas. No capítulo destinado ao tema Números Racionais (23 páginas), em momento algum, o livro apresenta sugestões de problemas ou faz referência alguma à situações do cotidiano.

Aliás, uma das dificuldades entre os docentes brasileiros investigados é construir situações que envolvam a utilização das frações, que não pareçam ser, como elas caracterizaram, como *artificiais*. Um exemplo dessa situação foi uma atividade prática, proposta pela professora PM3, os alunos de duas turmas, em dupla, tinham que identificar números inteiros, números decimais e números fracionários, em jornais, revistas e encartes de lojas. Os exemplos mais encontrados foram relacionados a preços, envolvendo os decimais.

Da pesquisa realizada pelos alunos, somente duas duplas, encontraram exemplos de números fracionários e eram situações com receitas culinárias. Em relação as dificuldade dos estudantes em encontrarem representações de números fracionários, alguns pesquisadores refletem sobre a importância do estudo das frações e os aspectos sociais que influenciam o currículo escolar, como e até onde explorar as ideias relacionadas a

elas. Conforme Llinares e Sánchez (1988), muitos autores sugerem que poderia reduzir enormemente o ensino das frações, na escola, com o argumento de sua pouca utilidade prática, e que, em uma cultura que utiliza o Sistema Métrico Decimal, as unidades métricas requerem frações decimais e não ordinárias.

Por outro lado, curiosamente, o argumento de pouca utilização das frações, por parte das crianças e adultos, é o mesmo em que outros pesquisadores se apoiam para manter sua permanência: se não são compreendidas, como podem ser utilizadas? Um melhor ensino do conceito de frações aumentaria imediatamente sua utilização na vida cotidiana (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988, p.25).

Diferente da realidade brasileira, na cultura mexicana, é possível reconhecer as frações em diferentes situações, como para expressar horários, por exemplo:

- *Dos y media (2:30h)*;
- *Un cuarto para las tres (2:45h)*;
- *Cinco y un cuarto (5:15h)*.

Também é comum encontrarmos, no México, frações em unidades de medida de produtos nos mercados, como por exemplo, utilizar a medida de $\frac{1}{4}$ kg para indicar o peso de um produto, sendo mais habitual que o uso dos gramas. Em um diálogo realizado pelo investigador e o comerciante negociando a compra de uma porção de queijo. Apresentamos, na Figura 9, parte desse diálogo.

Trechos originais	Trechos traduzidos
Pesquisador: – <i>¡Buenos días señor!</i>	Pesquisador: – <i>Bom dia, senhor!</i>
Comerciante: – <i>¡Buenos días joven!</i>	Comerciante: – <i>Bom dia, jovem!</i>
Pesquisador: – <i>¿Vende menos qué un cuarto de queso, señor?</i>	Pesquisador: – <i>Vende menos que um quarto de queijo, senhor?</i>
Comerciante: – <i>¡Sí! Puedo vender lo que quiera, puede ser medio cuarto.</i>	Comerciante: – <i>Sim! Posso vender o que queira, pode ser meio quarto.</i>
Pesquisador: – <i>¡Perfecto! Yo voy querer un cuarto de queso Manchego y medio cuarto de queso Menonita.</i>	Pesquisador: – <i>Perfeito! Eu vou querer um quarto de queijo Manchego e meio quarto de queijo Menonita.</i>

Figura 9. Diálogo entre investigador e comerciante.

No contexto mexicano as frações, apesar de aparecerem de forma mais natural, são mais usuais, por exemplo, as do tipo $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. No exemplo citado anteriormente na feira, numa situação do cotidiano, o vendedor utilizou *medio cuarto*, ao invés de um oitavo.

Essas situações nos levam a uma reflexão sobre contextualização. Podemos buscar dois caminhos: o primeiro, mais intuitivo e, pelo que verificamos nas falas dos professores, o mais usual, é a procura de uma contextualização utilitária. Ou seja, procuramos dentro da realidade do aluno, situações em que possam reconhecer aquele objeto matemático.

Com isso, geralmente, acabam criando situações artificiais, como no caso das frações. O segundo caminho é de uma contextualização funcional, situação em que buscamos dotar de significado o objeto matemático através da sua construção social.

Para Cordero (2005), a funcionalidade tem um papel importante, já que permite entender a natureza dual da Matemática, distinguir que há ocasiões em que ela é um objeto de estudo, mas em outras ocasiões, adquire um caráter de Matemática funcional, quando assume sentido em práticas de referências que não são propriamente a Matemática. Assim, verificamos a necessidade de fomentar uma Matemática funcional, aquela que se integra à vida para transformá-la, reconstruindo significados permanentemente na vida.

Llinares e Sánchez (1988) corroboram essa ideia, afirmando que os critérios guiados por necessidades sociais não parecem os mais adequados para decidir sobre o ensino das Frações, já que,

[...] ainda que muitos dos estudantes não continuem os estudos superiores, não cremos correto estabelecer discriminações “a priori” entre os que serão futuros matemáticos e cientistas dos que não serão. Por isso, não devemos limitar o currículo às estritas necessidades da vida diária e somos partidários de manter as frações na escola elementar. Agora, manter as frações não quer dizer perpetuar o desconhecimento do seu significado, com a subutilização do conceito e a sobrevalorização dos algoritmos, como em muitas ocasiões encontramos. Devemos dar ao aluno um conhecimento intuitivo profundo das frações, apresentando às crianças contextos significativos, tanto para o conceito como para seu campo de aplicação, e buscando conexões conceituais com os decimais, porcentagens, razões, etc.¹⁶ (Llinares; Sánchez, 1988, p.33-34, tradução nossa)

Como defende a TSME, contextualizar não é uma questão utilitária, mas sim funcional. Cordero, Gómez, Silva-Crocci e Soto (2015, p.83) salientam que o utilitário se refere à visão de que a Matemática é um saber útil para resolver certas problemáticas, assim não permite vê-la como resultado da atividade humana. Ainda conforme os autores, o centro da atenção será a que tipo de problemas responde o saber, não assim como foi construído, sem uma função no contexto e na situação específica. Centrando na situação em que queremos em o que utilizar o conhecimento e não na forma como se constrói ou na sua função, focalizaremos a Matemática escolar nos objetos e processos matemáticos

¹⁶ “[...] aunque muchos de los estudiantes no continuarán estudios superiores, no creemos correcto establecer discriminaciones “a priori” entre los serán futuros matemáticos y científicos de los que no. Por ello, no debemos limitar el currículo a las estrictas necesidades de la vida diaria, y somos partidarios de mantener las fracciones en la escuela elemental. Ahora bien, mantener las fracciones no quiere decir perpetuar el desconocimiento de su significado, la infrautilización del concepto y la sobrevaloración de los algoritmos con que en muchas ocasiones nos encontramos. Debemos dar a los alumnos un conocimiento intuitivo profundo de las fracciones, presentando al niño contextos significativos tanto para el concepto como para su campo de aplicación, y buscando conexiones conceptuales con decimales, porcentajes, razones, etc.”.

e não nas características da situação da qual emerge o conhecimento e que seja funcional para o sujeito.

A partir dessa situação retomamos a ideia de aula estendida, ou seja, a funcionalidade do saber escolar dando uma significação ao objeto matemático. A atividade profissional de um biólogo, por exemplo, vai necessitar desse conhecimento acadêmico sobre os Números Racionais, assim como, poderíamos citar outras práticas de referências, como a do farmacêutico e a sua atividade de fabricação de remédios por fórmulas de manipulação, bem como com outras profissões.

O que queremos dizer é que uma construção social do conhecimento é que vai dotar de significado o saber desenvolvido na escola. Como exemplificamos anteriormente, em situações cotidianas dos alunos brasileiros e mexicanos, o uso de frações se restringe em atividades muito específicas. Então, contextualizar não é somente recriar práticas que os alunos encontram no seu dia a dia, mas compreender e utilizar situações dos contextos sociais que tornam aquele saber relevante. Partimos, assim do utilitário, onde, muitas vezes, criamos situações artificiais para dar sentido àquele objeto, ao funcional e à sua construção social dotada de significado.

O que percebemos ao longo da investigação é que mesmo em contextos tão diferentes socialmente e estruturalmente falando, as metodologias adotadas no estudo dos Números Racionais, em particular as frações, se assemelham. Independente da autonomia dos professores, esses acabam repetindo um discurso que perpassa as fronteiras, influenciados pelas indicações das orientações metodológicas, e presente nos livros didáticos.

CONCLUSÃO

A nossa ideia não foi fazer uma comparação avaliativa entre os sistemas educativos mexicano e brasileiro, que se apresentam de formas diferentes, um com um base nacional de conteúdos e outro com mais autonomia na escolha dos conteúdos. O que procuramos, na investigação realizada, é entender as propostas relacionadas ao estudo dos Números Racionais e como os professores lidam, dentro da sua realidade, com essas orientações.

A partir de uma proposta de investigar aspectos do estudo dos Números Racionais, nos contextos brasileiro e mexicano, sob a perspectiva da *Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME)*, a análise produzida, sob essa perspectiva, permitiu aprofundar, por um lado, os conhecimentos sobre a teoria e, ao mesmo tempo, lançar um olhar sobre as perspectivas epistemológicas, didáticas, cognitivas e socioculturais presentes no estudo desse tema.

A TSME tem conseguido reconhecimento no meio da Educação Matemática, além de avanços práticos, servindo de referencial teórico para os programas de orientação aos professores do governo mexicano. Esses fatos que endossam a certeza de que a Socioepistemologia se mostra como um referencial coerente com as necessidades educacionais encontradas.

A *Socioepistemologia* é uma abordagem teórica, de natureza sistêmica, que permite tratar os fenômenos de construção e difusão do saber a partir de uma perspectiva múltipla, pois articula, numa mesma unidade de análise, as interações entre a epistemologia do conhecimento, sua dimensão sociocultural, os processos cognitivos que lhe estão associados e os mecanismos de sua institucionalização via educação (Cangtoral, 2004).

Refletindo sobre a prática docente, podemos afirmar que está normada por orientações, mas, também, por necessidades socioculturais, devendo os professores se adaptarem a elas. Dessa forma, é necessário promover o empoderamento profissional docente através da problematização do saber matemático e problematização da Matemática escolar.

O empoderamento profissional docente está relacionado às necessidades expostas pelos professores investigados, brasileiros e mexicanos, que nem sempre encontram, na instituição escolar, o apoio necessário para discutir questões de cunho didático e metodológico do ensino e aprendizagem da Matemática, não encontrando, geralmente, profissionais capacitados para dar esse suporte. A problematização do saber matemático e da Matemática escolar possibilita a reflexão epistemológica e didática dos diferentes significados dos conceitos matemáticos, nem sempre abordados de forma adequada nos programas de estudos e livros didáticos.

Creemos, assim, na necessidade de formações docentes que envolvam a problematização do saber matemático, bem como aspectos epistemológicos e a problematização do saber escolar, envolvendo os aspectos didáticos, cognitivos e socioculturais. Tais formações devem possibilitar o empoderamento desses profissionais que, através da discussão coletiva, transformar-se-ão em indivíduos comprometidos.

Percebemos, também, a possibilidade de ampliar as discussões em torno da TSME na área da Educação Matemática, no Brasil, e que essa ampliação, pode dar respaldo para novas investigações com foco socioepistemológico em outras áreas do conhecimento matemático ao longo da Educação Básica. Esperamos que as discussões possam influenciar os programas de estudos, planos de aulas e as diretrizes educacionais, nos países estudados, influenciando, diretamente, no processo de ensino e aprendizagem.

Também consideramos importante uma integração com trocas de experiências entre os países na área da educação, em especial, os latino-americanos, que possuem realidades socioeconômicas, em certos aspectos semelhantes. Investigações com esse cunho permitem entender, em contextos diferentes, aspectos similares que ultrapassam as questões culturais e se tornam discursos universais, e o motivo pelo qual isso acontece.

REFERÊNCIAS

Buendía, Gabriela Abalos & Cordero, Francisco Osorio. (2005) Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*. 58(3), 299-333.

- Burke, Peter. Tradução: Klauss Brandini Gerhardt, Roneide Venâncio Majer. (2002) *História e Teoria Social*. São Paulo: Unesp.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza & Farfán, Rosa María. (2008) Socioepistemología y Matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 740-753, Coacalco, México.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza & Farfán, Rosa María. (2009) Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Acta Scientiae*, 11(1), 7-20, Canoas, Brasil.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (1990) *Desequilibrio y equilibración: categorías relativas a la apropiación de una base de significados propias del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analíticas*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Cidade do México, México, tese de doutorado (Educação Matemática).
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (2003) La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente. In *Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática* (CD ROM). Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, Brasil.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (2004) Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17(1), 1-9, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (2005) Socioepistemologia: nota sobre a construção social do conhecimento Matemático Avançado. In: *Atas do III Congresso Internacional de Ensino da Matemática*, Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas, Brasil.
- Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (2013) *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Ed. Barcelona: Gedisa.
- Cordero, Francisco Osorio. (2005) El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una mirada socioepistemológica de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 265-285.
- Cordero, Francisco Osorio; Gómez, Karla; Silva-Crocci, Hector; Soto, Daniela. (2015) *El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad*. Ed. Barcelona: Gedisa.
- Crespo, Cecilia Rita. (2007) *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. CICATA del IPN. Cidade do México, México, tese de doutorado (Educação Matemática), 312 f.
- Llinares, Salvador Ciscar & Sánchez, María Victoria García. (1988) *Fracções la relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.
- Monteiro, Alexandre Branco. (2013) *Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação*. Universidade Luterana do Brasil, 227f., dissertação de mestrado (ensino de Matemática), Canoas.
- Montiel, Gisela Espinosa. (2011) *Construcción de conocimiento trigonométrico: un estudio socioepistemológico*. México, D.F.: Díaz de Santos.
- Radford, Luis. (2006) Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, Cidade do México, n. Especial, 103-129.
- Reyes-Gasperini, Daniela & Cantoral, Ricardo Arnoldo Uriza. (2016) Empoderamiento docente: la práctica docente más allá de la didáctica... ¿qué papel juega el saber en una

transformación educativa? *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, Rosario (Argentina) 11(2), 155-176.

Reyes-Gasperini, Daniela. (2016) *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cidade do México, México, tese de doutorado, 2016.

Silva, Daniel Romão. (2010) *Livro didático de Matemática: lugar histórico e perspectivas*. USP Faculdade de Educação. São Paulo, p.152.

Soto, Daniela. (2010) *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión: una visión Socioepistemológica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Cidade do México, México, dissertação de mestrado (Educação Matemática).